الإحصاء
في أبسط صورة

نسخة الكترونية مجانية

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

اعداد العمل:

- أ.زينة الشهري
- أ.غادة محمد الفضلي
- أ.آلاء منير الردادي
- أ.فاطمة عبدالله بوسعد الجميعه

تصميم و تنسيق :

- أ.صالح بشير الشراري
- أ.غادة محمد الفضلي

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

بسم الله الرحمن الرحيم

الحمدلله و الصلاة و السلام على نبينا محمد و على آله و صحبه أجمعين

أما بعد :

نبذة:

مجموعة رِفعه هي مجموعة تعليمية تدار من قبل معلمي و معلمات الرياضيات من جميع أنحاء المملكة العربية السعودية ، و هي قائمة على التطوير المهني لجميع المعلمين و المعلمات ، و ابتكار الأفكار الإبداعية للتعليم العام ، و الإنتاج الموثق لكل مايخص الرياضيات و التعليم العام.

موقع مجموعة رفعة

مجموعة رقعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توزيع

المحتوى

1 مبادىء علم الإحصاء

مفاهيم علم الإحصاء الأساسية

أنواع العينات

مصادر البيانات و طرق جمعها

2 عرض البيانات و تلخيصها

التوزيعات التكرارية

التمثيلات البيانية للتوزيعات التكرارية

مقاييس النزعة المركزية

مقاييس التشتت

3 الإرتباط و الإنحدار الخطي

المتغيرات العشوائية

الإرتباط

الإنحدار الخطي البسيط

4 نظرية الإحتمالات

الاحتمالات

التوزيعات الإحتمالية المنفصلة

التوزيعات الإحتمالية المتصلة

مجموعة رفعة الرياضيات
تصوير - إنتاج - توثيق

الفصل 1

مبادئ علم الاحصاء

الدرس الأول 1

مفاهيم علم الإحصاء الأساسية

الهدف
- اتعرف على مفاهيم الاحصاء.
- اميز فروع الاحصاء
- اميز العينة الاحصائية والمجتمع

نشأة علم الاحصاء

اعتمد الانسان على تأملاته من اجل البحث عن الحقائق المحيطة به ثم انتقل من التأمل الى الملاحظة ثم التجربة كوسيلة للبحث عن الحقيقة.

ابرز العلماء المسلمين في علم الاحصاء:

الخليل بن أحمد الفراهيدي ناقش مفهوم التباديل والكندي في الاستدلال الإحصائي

تطبيقات علم الإحصاء :

حساب المصروفات والنفقات
(تحديد حجم الميزانية والإيرادات والنفقات).

الدعاية و الإعلان
(مدى انتشار السلع أو الأدوية وتوظيف ذلك في الدعاية الخاصة بها).

قياس الآراء والاتجاهات
(معرفة درجة رضا الاشخاص عن موضوع أو ظاهرة معينة).

التنمية والتخطيط العمراني
(معرفة عدد السكان والمدن والمصانع).

التقارير الصحية
(حساب عدد المرضى في مستشفى معين وعدد الأشخاص المتعافين والوفيات والمواليد).

التقارير الإدارية
(قياس حجم المنتجات وتكلفة الانتاج حساب العاملين وأجورهم وأعمارهم

تصنيف المجتمع الإحصائي و العينة الإحصائية:

المجتمع الإحصائي
عبارة عن جميع المفردات في مكان الدراسة التي نرغب في معرفة حقائق عنها سواء كانت حية أو غير حية

محدود
تكون فيه عدد المفردات قابل للعد.
مثل: الموظفون الحكوميون المسجلون في النفاذ الوطني

غير محدود
عدد المفردات فيه غير قابل للعد
مثل الأسماك في الخليج العربي

صعوبات جمع البيانات عن مجتمع

١ **الجهد**
عندما تكون البيانات لأعداد كبيرة.

٢ **الوقت**
جمع النتائج يتطلب وقت طويل.

٣ **المال**
يتطلب انفاق أموال لتوفير باحثين و جمع ادوات جميع البيانات

٤ **الخطورة**
في بعض الأحيان يؤدي جمع البيانات إلى مخاطر صحية و مادية كتجربة أثر علاج جديد للسرطان ربما يؤدي للوفاة.

مصطلحات علم الاحصاء

الإحصاء: هو علم يهتم بالاساليب العلمية لجمع البيانات وتنظيمها وتلخيصها وعرضها وتحليلها للوصول إلي نتائج تدعم اتخاذ القرار السليم.

الإحصاء في الإدارة : هو تطبيق الأساليب الإحصائية على الموضوعات المتعلقة بالإدارة مثل تصميم الاختبارات الإدارية المتعلقة بتحديد العجز والفائض المرتبطين بعوامل الانتاج وموارد المؤسسة وجمع البيانات من هذه التجارب وتفسيرها وتحليلها

الإحصاء الحيوي: هو تطبيق الأساليب الإحصائية في تجارب على موضوعات في علم الأحياء مثل تصميم الاختبارات الحيوية المتعلقة بالصحة والطب والزراعة وجمع هذه البيانات وتفسيرها.

فروع الإحصاء

الإحصاء الوصفي
يدرس طرق تنظيم البيانات وتلخيصها وعرضها ، مثل : دراسة التوزيعات التكرارية والرسوم البيانية وحساب مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت.

الإحصاء الاستدلالي
يدرس الأساليب الإحصائية التي تهدف إلى الاستدلال على سمات المجتمع بناءً على المعلومات التي يتم الحصول عليها من العينة المأخوذة من ذلك المجتمع.

جمع البيانات | عرض البيانات و تلخيصها | تحليل بيانات العينة | تحديد سمات المجتمع

العينة الإحصائية

هي جزء من مفردات المجتمع الاحصائي يتم اختيارها بحيث تمثل أفراد المجتمع.
مثل: جزء من سكان طوكيو

مميزات استخدامها :
- سهولة دراسة العينة.
- دراسة العينة أقل وقت وجهد ومال وخطورة من دراسة مجتمع.
- إمكانية تعميم نتائج العينة على مجتمع الدراسة

المعلمة و الإحصاء

المعلمة
وصف عددي لمؤشرات المجتمع و يعبر عنها برموز من الأحرف الأغريقية .

الإحصاءة
وصف عدد لمؤشرات العينة و يعبر عن الإحصاءة برموز

الرموز	مفردات العينة	المتوسط الحسابي	الإنحراف المعياري
العينة	P	$\bar{X}$ اكس بار	S
المجتمع	$\hat{P}$ بي هات	μ ميو	σ سيجما

الدرس الثاني 2

أنواع العينات

الهدف
- أتعرف و أميز العينات العشوائية و غير العشوائية و طرق اختيارها.

حجم العينة

هو عدد البيانات المدرجة في مجال الدراسة ، و هو جزء مهم من الدراسة الإحصائية ، و تحسين صحة نتائجها .

طرق اختيار العينات

١ عينات غير عشوائية متحيزة

يتم فيها اختيار العينات بطريقة لا تحقق التوزيع العشوائي الصحيح فلا تمثل المجتمع المدروس تمثيلاً سليماً فينتج عنها انحياز و استنتاجات تؤثر على التحليل .

مثل : أراد باحث معرفة معدل درجات طلاب الصف الثالث الثانوي في مدينته فاختار ١٠ مدارس منها الطلاب المتميزين من كل مدرسة.

أمثلتها :

العينة المتاحة

مثل : أراد باحث معرفة معدل درجات طلاب الصف الثالث الثانوي في مدينته فاختار ١٠ مدارس منها الطلاب المتميزين من كل مدرسة.

٢ عينات عشوائية

أنواعها :

١ العينة العشوائية البسيطة

هي العينة التي يتمتع فيها كل فرد من المجتمع بفرصة عشوائية متساوية مع الآخرين للظهور في العينة.
يتم بترقيم كل فرد من المجتمع ثم الاختيار عشوائياً .

٢ العينة العشوائية الطبقية

يقسم افراد المجتمع الى مجموعات لا تتقاطع مع بعضها تسمى طبقات ثم تؤخذ عينة عشوائية بسيطة من كل مجموعة للحصول على عينة عشوائية طبقية.

العينة الطبقية

٣ العينة العشوائية العنقودية

يقسم المجتمع الى مجموعات فرعية بحيث يكون تجانس بين أفراد مجموعة واحدة حدث بشكل طبيعي ،
العينة العنقودية تتكون من جميع الأفراد في واحدة أو أكثر من هذه المجموعات و تسمى هذه المجموعات عناقيد

٤ العينة العشوائية المنتظمة

هي عينة يتم فيها تعيين رقم لكل فرد من المجتمع و يتم ترتيب أعضاء ذلك المجتمع و اختيار رقم البداية بشكل عشوائي ثم اختيار العينة على بعد فترات منتظمة من رقم البداية .

العينة المنتظمة

تقسيم العينات وفق اختيارها الى

الدرس الثالث 3

مصادر البيانات و طرق جمعها

الهدف
- أتعرف البيانات و أميز أنواعها .
- أتعرف مصادر البيانات و أساليب جمعها و أدواته.

البيانات

مجموعة من المعلومات التي تم جمعها من خلال الملاحظة أو القياس أو البحث أو التجربة و قد تتضمن حقائق أو أرقام أو أوصاف عامة للأشياء

مصادر جمع البيانات

١ مصدر غير مباشر ثانوي

يعتمد الباحث على بيانات جاهزة و مبوبة من مصادر ثانوية
مثل : المطبوعات ، الدوريات العلمية
دور الباحث: تصفية البيانات و استخلاص ما يتناسب مع دراسته .

بيانات منشورة

٢ مصدر مباشر أولي

يعتمد الباحث على مصادر أولية للبيانات
دور الباحث : يقوم بتجهيز البيانات و إعدادها بشكل مباشر دون الإعتماد على البيانات المنشورة أو التي تم تحليلها

أساليب جمعها

التجربة
عن طريق اجراء تجربة و ملاحظة اثرها و استخلاص نتائجها .

دراسة مسحية
إجراء دراسة منظمة للحصول على بيانات و معلومات عن موضوع البحث.

دراسة قائمة على الملاحظة
ملاحظة الأفراد دون إحداث أي تدخل من الباحث لكي لا يؤثر على النتائج.
من أشهرها (دراسة الحالة)

أدوات جمع البيانات

اختبار
يستهدف خصائص الأفراد لإجراء الاختبار
- يتطلب وضع اختبارات مبنية على اختبارات تخصصية للوصول الى نتائج حقيقية و دقيقة و ثابته.

مقابلة شخصية
يقوم الباحث بإجراء اتصال مباشر مع الأشخاص لتحقيق أعلى مستويات الدقة في جمع البيانات.
ايجابياتها : دقيقة في جمع البيانات .
سلبياتها : مكلفة و غير عملية في العينات الكبيرة .

استبانة
يقوم الباحث بتصميم استبانة تتضمن عدد من الأسئلة الرئيسية و الفرعية التي تحقق أهداف الدراسة .

شروطها

- الأسئلة واضحة و مباشرة
- لاتكون طويلة و مملة
- التأكد على سرية البيانات حتى لا تكون الإجابات بعيدة عن الواقع
- تفي بأهداف الدراسة

أنواع البيانات

١ نوعية تصنف إلى

بيانات اسمية	بيانات ترتيبية
تستخدم لتسمية الأشياء أو وصفها أو تصنيفها	
لا تتضمن ترتيباً	تتضمن ترتيباً
مثل / الحالة الإجتماعية الجنسية الجنس	مثل /المستوى التعليمي التقدير في الرياضيات الرتبة العسكرية

في علم الإدارة

واجبات المدير الرئيسية

- تنظيم
- توجيه
- توظيف
- تخطيط

٢ كمية

١ بيانات منفصلة أو متقطعة

يتكون من قيم يمكن عدها و التعبير عنها بأعداد صحيحة
لا يمكن أن تحتوي القيم على كسور اعتيادية أو عشرية

مثل / الثمار على الشجرة
الطلاب في الفصل
السكان

٢ بيانات متصلة

تصنف إلى مستويين

بيانات فترية
- يمكن ترتيبها و حساب الإختلافات بينها خلال فترة القياس.
- يمثل الصفر (مركز البيانات).
- تقاس البيانات بمدى بعدها عن المركز
- لا يعد الصفر صفراً معنوياً

مثال / الصفر في مقياس درجة الحرارة لأنه يمثل قيمة الدرجة و ليس عدم وجودها.

مثال / معدل الدرجات في مادة الإحصاء
معدل الذكاء
درجات الحرارة

بيانات نسبية
- الصفر هو صفر معنوي.
- يمكن انشاء نسبة من قيمتي بيانات بحيث يمكن التعبير عن قيمة واحدة كمضاعف لقيمة أخرى.

مثال / الطول
الوزن
السعر

الفصل

2

عرض البيانات و تلخيصها

الدرس الأول 1

التوزيعات التكرارية

الهدف

- أجمع البيانات الكمية و النوعية ، و أنظمها في فئات باستخدام جداول التوزيعات التكرارية

عرض البيانات الكمية

الجدول التكراري

يستخدم في : تلخيص و عرض البيانات التي (تحتوي أرقاماً كثيرة يصعب فهمها و تحليلها و تلخيصها) بطريقة ميسرة تسهل عملية فهمها .

الجدول التكراري

هو جدول يعرض فئات البيانات مع عدد تكرارها في كل فئة ، يرمز حرف f إلى عدد تكرار البيانات في الفئة.

مكونات جدول التوزيع التكراري

الحد الأدنى يمثل **أقل** عدد يمكن أن تتضمنه الفئة

الحد الأعلى يمثل **أكبر** عدد يمكن أن تتضمنه الفئة

طول الفئة هي المسافة بين الحدود الدنيا أو العليا للفئات المتتالية

طول الفئة = الحد الأدنى للفئة الثانية - الحد الأدنى للفئة الأولى

المدى الحد الأعلى للفئة الأخيرة - الحد الأدنى للفئة الأولى

خطوات إنشاء جدول التوزيع التكراري للبيانات

١ تحديد عدد الفئات و يفضل تكون بين ٥ و ٢٠ فئة كي يسهل التعامل معها .

٢ تحديد طول الفئة = $\frac{\text{مدى البيانات}}{\text{عدد الفئات}} \approx$ تقريب الناتج للعدد التالي

٣ تحديد حدود الفئات =
١ تحديد الحد الأدنى للفئة الأولى
٢ اضافة طول الفئة إلى الحد الأدنى = الحد الأعلى للفئة
٣ ايجاد الفئة التالية يكون الحد الأدنى فيها ناتج الخطوة ٢ و نكرر العملية لإيجاد عدد الفئات المطلوب

٤ حساب تكرار البيانات في كل فئة.

٥ ايجاد اجمالي التكرارات (مجموع التكرارات f لكل الفئات).

من خلال جدول التوزيع التكراري يمكن إيجاد :

مركز الفئة مركز الفئة = $\frac{\text{الحد الأعلى للفئة} + \text{الحد الأدنى للفئة}}{2}$

التكرار النسبي للفئة التكرار النسبي = $\frac{\text{تكرار الفئة } f}{\text{مجموع التكرارات } \sum f}$

التكرار التراكمي للفئة مجموع تكرارات الفئة و الفئات السابقة

الحدود الحقيقية للفئة لكل فئة حدان حقيقيان ،
الحد الأدنى الحقيقي = الحد الأدنى - 0.5
الحد الأعلى الحقيقي = الحد الأعلى + 0.5

عرض البيانات النوعية

هو جدول يتكون من عمودين
العمود الأول الفئات
العمود الثاني عدد الأفراد لكل فئة

مجموع التكرارات لكل فئة

$$\sum_{c} n_c = n$$

c مجموع جميع الفئات
n حجم العينة الاجمالي

ملاحظة

في التوزيع التكراري لا يمكن أن تتداخل الفئات ، و يجب أن تكون أطوالها متساوية.

قراءة الرموز

Σ يشير إلى مجموع القيم و يقرأ "سيجما"

التمثيلات البيانية للتوزيعات التكرارية

الهدف

- أمثل البيانات الكمية بيانياً باستخدام المدرج التكراري يدوياً و تقنياً .
- أمثل البيانات النوعية بيانياً باستخدام الأعمدة البيانية و القطاعات الدائرية يدوياً و تقنياً .
- أحلل التمثيلات البيانية (المدرج التكراري ، الأعمدة البيانية ، القطاعات الدائرية) و أفسرها لاتخاذ القرارات المناسبة.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إتقان - توثيق

تمثيل البيانات الكمية بيانياً

المدرج التكراري

رسم بياني بأعمدة تمثل توزيع التكرار لمجموعة البيانات

خصائص المدرج التكراري

- المحور الأفقي يمثل حدود البيانات
- المحور الرأسي يمثل تكرار الفئات
- الأعمدة تكون متلاصقة و متتابعة

انشاء المدرج التكراري

لإنشاء الجدول ينبغي أولاً حساب الحدود الحقيقية للفئة

تذكر !

لكل فئة حدان حقيقيان ،
الحد الأدنى الحقيقي = الحد الأدنى - 0.5
الحد الأعلى الحقيقي = الحد الأعلى + 0.5
لأن البيانات عبارة عن أعداد صحيحة

تمثيل البيانات النوعية بيانياً

تعرض البيانات النوعية عن طريق المخططات و الرسوم البيانية مما يسهل عملية فهم البيانات و تفسير الحقائق ذات الصلة

من أشهرها :

١ الأعمدة البيانية

مجموعة من الأعمدة الرأسية أو المستطيلات المتساوية القاعدة يتناسب ارتفاعها مع تكرار البيانات التي تمثلها.
و المحور الرأسي يمثل التكرار
و المحور الأفقي يمثل الفئة

٢ القطاعات الدائرية

تمثيل بياني للبيانات النوعية على شكل دائرة تمثل فيه كل فئه قطاعاً من الدائرة .

مجموع القطاعات الدائرية يساوي 100%

مجموع زوايا الفئات يساوي 360°

خطوات تمثيل النسب المئوية في القطاعات الدائرية

١ حساب التكرار النسبي لكل فئة

٢ ايجاد زاوية كل قطاع عن طريق
التكرار النسبي (كسور عشرية) × 360°

٣ استخدام الفرجار لرسم الدائرة ثم استخدام المنقلة لرسم زاوية فئة.

الدرس الثالث 3

مقاييس النزعة المركزية

الهدف
- أوجد مقاييس النزعة المركزية (المتوسط الحسابي ، الوسيط ، المنوال) لمجموعة من البيانات و أفسرها لاتخاذ القرارات المناسبة .

مقاييس النزعة المركزية

تعرف بأنها مجموعة من المقاييس التي تميل للتجمع حول قيمة مركزية محددة .

مقاييس النزعة المركزية

١ المتوسط الحسابي

المتوسط الحسابي لمجموعة من البيانات هو مركز البيانات و يمكن حسابه للبيانات غير المبوبة

ملاحظة

البيانات غير المبوبة

تظهر على شكل قيم عددية متفرقة.

البيانات المبوبة

تظهر على شكل جداول تكرارية و تحتوي هذه الجداول على عمود الفئات و عمود التكرارات .

ايجاد المتوسط الحسابي :

المجتمع	العينة
$\mu = \frac{\sum x}{n}$	$\bar{X} = \frac{\sum x}{n}$

خصائص المتوسط الحسابي

١ اذا كان المتوسط لمجموعة من القيم $x_1, \ldots, x_n$ يساوي $\bar{X}$ فعند اضافة قيمة C لكل قيمة فإن المتوسط لها يصبح $\bar{X} + C$

٢ اذا كان المتوسط لمجموعة من القيم $x_1, \ldots, x_n$ يساوي $\bar{X}$ فعند طرح قيمة C لكل قيمة فإن المتوسط لها يصبح $\bar{X} - C$

٣ تؤثر القيم المتطرفة على حساب المتوسط الحسابي

✗ لا يفضل استخدام المتوسط الحسابي عند وجود قيم متطرفة في البيانات

٢ الوسيط

هو العدد الذي يتوسط البيانات بعد ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً ، يسمى مكان الوسيط في البيانات رتبة الوسيط .

ايجاد الوسيط :

حجم العينة n فردياً	حجم العينة n زوجياً
الرقم الموجود في منتصف البيانات	المتوسط الحسابي للعددين الأوسطين
رتبة الوسيط = $\frac{n+1}{2}$	رتبة الوسيط = المتوسط الحسابي للعددين $\frac{n}{2}$ و $\frac{n}{2}+1$

خصائص المتوسط الحسابي

١ سهل الحساب و الفهم

٢ لا يتأثر بالقيم المتطرفة

٣ محدد القيمة يسبقه ٥٠٪ من البيانات و يليه ٥٠٪ من البيانات

يتوسط البيانات مكانيا و ليس حسابياً

✓ يفضل استخدامه عند وجود القيم المتطرفة

٣ المنوال

يشير إلى القيمة الأكثر شيوعاً (تكراراً) بين القيم .

يمكن أن يكون للبيانات منوال واحد أو أكثر

قد تكون بعض البيانات ثنائية المنوال، عند وجود قيمتين الأكثر تكرار

قد لا يوجد منوال لبعض البيانات و ذلك إذا لم يتكرر أي من القيم أو تكررت كل القيم بالعدد نفسه من المرات

✓ يفضل استخدامه مع البيانات النوعية

الدرس الرابع 4

مقاييس التشتت

الهدف

- أوجد مقاييس التشتت (المدى ، التباين ، الإنحراف المعياري) لمجموعة من البيانات و أفسرها لاتخاذ القرارات المناسبة .

مقاييس التشتت

هي مجموعة المقاييس التي يمكن من خلالها الحكم على مدى تقارب البيانات (تجانسها) أو تباعدها (تشتتها) عن بعضها .

من أشهرها :

- المدى
- التباين
- الإنحراف المعياري

مقاييس التشتت

١ المدى

يصف **انتشار** البيانات

يتم حسابه عن طريق :

أكبر قيمة - أصغر قيمة

١ التباين

يصف **بعد** البيانات عن متوسطها الحسابي

يتم حسابه عن طريق :

المجتمع

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \mu)^2}{n}$$

العينة

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-2}$$

١ الإنحراف المعياري

هو **الجذر التربيعي** للتباين

يتم حسابه عن طريق :

المجتمع

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \mu)^2}{n}}$$

العينة

$$S = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-2}}$$

الفصل

3

الإرتباط و الإنحدار الخطي

الدرس الأول 1

المتغيرات العشوائية

الهدف

- أتعرف المتغيرات العشوائية المنفصلة و المتصلة و أميزها ، و أوجد قيمها في تجارب عشوائية.

التجربة العشوائية

عملية يتم من خلالها الحصول على نتائج سواء كانت أرقاماً أم قياسات أم استجابات بحيث تكون النتائج معلومة مسبقاً و لايمكن تحديد أيها سيتحقق قبل اجراء التجربة

المتغير العشوائي

هو متغير في تجربة أو حدث معين يأخذ مجموعة من القيم لكل منها احتمال محدد.

و تسمى جميع النواتج الممكنة في تجربة ما بفضاء العينة و يرمز له S

الحادثة

مجموعة جزئية من فضاء العينة و قد تساوية

تنقسم المتغيرات العشوائية

١ المتغير العشوائي المنفصل

متغير يأخذ قيماً تنتمي إلى مجموعة منتهية أو غير منتهية و قابلة للعد .

يأخذ قيماً منفصلة عن بعضها .

٢ المتغير العشوائي المتصل

متغير يأخذ قيماً تنتمي إلى مجموعة غير منتهية و غير قابلة للعد .

يأخذ جميع القيم التي تقع في نطاق تغيره .

الإرتباط

الهدف
- أتعرف الإرتباط في البيانات الكمية و النوعية و أميز المتغيرات المستقلة و التابعة .
- أحسب معامل الارتباط بين متغيرين و أستخدمه في تحديد نوع الارتباط و قوته و أفسرة لاتخاذ القرارات المناسبة .

الإرتباط

وصف علاقة بين متغيرين من حيث قوتها و يعرض بواسطة زوج من المتغيرات العشوائية (X, Y)

X متغير مستقل Y متغير تابع

أنواع الارتباط

ارتباط تام
إذا كان أحد المتغيرين يعتمد كلياً على الآخر

ارتباط غير تام
إذا كان أحد المتغيرين لايعتمد على الآخر.

ارتباط الموجب — طردي
هو علاقة ارتباط بين متغيرين حيث انهما يتغيران في الاتجاه نفسه

ارتباط السالب — عكسي
هو علاقة ارتباط بين متغيرين حيث انهما يتغيران في الاتجاه المعاكس

الإرتباط بناءاً على نوع البيانات

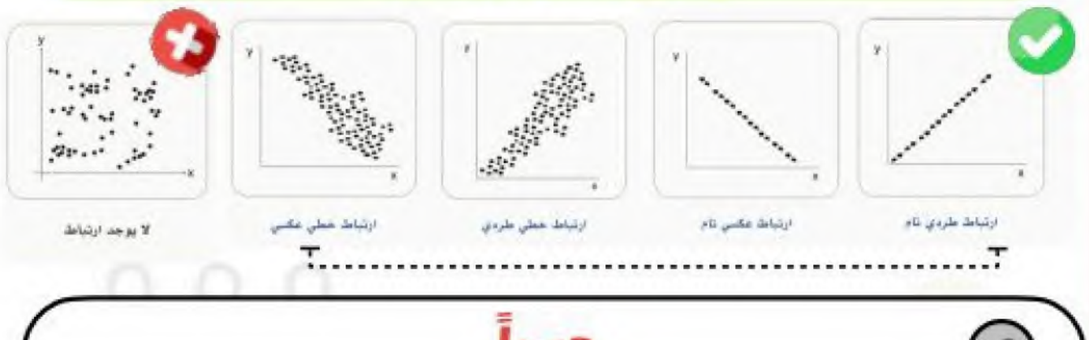
١ البيانات الكمية

١ بيانيا

من خلال شكل الإنتشار
وسيلة أولية يعرف الباحث من خلالها نوع الارتباطان بين المتغيرات الكمية (طردي، عكسي) و مستوى قوتها (قوي ، ضعيف ، لايوجد ارتباط)

الإرتباط وفق شكل الإنتشار

حالات شكل الإنتشار



٢ جبرياً

من خلال معامل الإرتباط
يستخدم لحساب قوة الارتباط بين متغيرين وتتراوح قيمتة من $+1$ إلى -1

قوة الإرتباط حسب قيمة معاملة

قيمة معامل الارتباط	قوة الارتباط
$+1$	ارتباط طردي تام
من 0.70 إلى 0.99	ارتباط طردي قوي
من 0.50 إلى 0.69	ارتباط طردي متوسط
من 0.01 إلى 0.49	ارتباط طردي ضعيف
0	لا يوجد ارتباط
من -0.01 إلى -0.49	ارتباط عكسي ضعيف
من -0.50 إلى -0.69	ارتباط عكسي متوسط
من -0.70 إلى -0.99	ارتباط عكسي قوي
-1	ارتباط عكسي تام

معامل الإرتباط (معامل بيرسون)

$$r = \frac{n\sum XY - \left(\sum X\right)\left(\sum Y\right)}{\sqrt{n\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2}\sqrt{n\sum Y^2 - \left(\sum Y\right)^2}}$$

n عدد أزواج البيانات

نطاق معامل الإرتباط في الفترة $[-1,1]$

تذكر
الرمز الرياضي $(\sum X)^2$ يعني مربع مجموع القيم، ولا يعني مجموع مربعات القيم.
$(\sum X)^2 \neq \sum X^2$

٢ البيانات النوعية

في هذا النوع من البيانات يستخدم معامل سبيرمان لقياس مستوى الإرتباط بين المتغيرين X و Y

معامل ارتباط سبيرمان

$$R = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

يأخذ معامل سبيرمان قيمة من $+1$ إلى -1 تعبر عن قوة ارتباط المتغيرين

التقييم عن الإرتباط : يتم

الدرس الثالث 3

الإنحدار الخطي البسيط

الهدف

- أكتب معادلة الإنحدار الخطي البسيط و أستخدمها في تمييز العلاقات الخطية بين المتغيرات و التنبؤ بقيمها.

الإنحدار الخطي البسيط

هي معادلة خطية من الدرجة الأولى تعبر عن المتغير التابع كدالة في المتغير المستقل.

التنبؤ

هو معرفة القيمة المستقبلية لمتغير كمي تابع y بناءاً على دراسة و تحليل متغير كمي مستقل x و العلاقة الخطية التي تربط بينهم.

معادلة الخط المستقيم

تكتب بمعادلة الميل و المقطع :

$$y = mx + b$$

- m : الميل
- b : مقطع المحور y

الفرق بين الإرتباط و الإنحدار

الإرتباط	الإنحدار
يشير الى طبيعة و مدى العلاقة الخطية بين المتغيرين	يدرس تأثير المتغير المستقل على المتغير التابع
ترتبط المتغيرات ارتباطاً طردياً أو عكسياً إذا كان لمعامل الإرتباط قيمة موجبة أو سالبة على التوالي.	**معامل الانحدار الموجب :** لكل زيادة في x زيادة مقابلة في y **معامل الإنحدار السالب :** لكل زيادة في x هناك انخفاض مقابل في y

معادلة الإنحدار البسيط

تكتب معادلة خط الإنحدار البسيط للمتغير المستقل x و المتغير التابع y :

$$\hat{y} = mx + b$$

- $\hat{y}$: القيمة المتوقعة لـ y عند قيمة معينة لـ x
- $b = \bar{y} - m\bar{x}$
- $\bar{y}$: المتوسط الحسابي لقيم المتغير y
- $\bar{x}$: المتوسط الحسابي لقيم المتغير x

$$m = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$

n : عدد البيانات

m

- **موجب** : المتغيرات مرتبطة ارتباطاً طردياً
- **سالب** : المتغيرات مرتبطة ارتباطاً عكسياً

الفصل 4

نظرية الاحتمالات

الدرس الأول 1

الاحتمالات

الهدف
- أتعرف المفاهيم و المصطلحات الأساسية في الإحتمال .
- أحسب الاحتمال في التجارب العشوائية

مفهوم الإحتمال

قياس إمكانية ظهور حادثة ما في تجربة عشوائية و يرمز له

$$P(A)$$

يتم حسابه عن طريق :

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\text{عدد عناصر الحادثة } A}{\text{عدد عناصر فضاء العينة } S}$$

مسلمات الإحتمال

تتراوح قيمة الإحتمال لأي حادثة بين $0 \longmapsto 1$

و يعبر عن ذلك $0 \le P(A) \le 1$

- 0 ← حادثة مستحيلة
- 1 ← حادثة مؤكدة

كلما زادت قيمة إحتمال الحادثة زاد احتمال وقوعها .

نظرية بيز

من أشهر النظريات في علم الإحتمال

تهتم بحساب احتمال وقوع حدث استناداً إلى معرفة الأسباب و الظروف المؤدية لوقوعه

١ قانون الإحتمال الكلي

يحسب الإحتمال دون الحاجة لمعرفة سبب الوقوع

يتم حسابه عن طريق :

إذا كانت الحادثة B هي أي حادثة معرفة على فضاء العينة S فإن :

$$P(B)=\sum_{k=1}^{n} P(A_k)\,P(B\mid A_k)$$

٢ قانون بيز

$$P(A_i\mid B)=\frac{P(A_i)P(B\mid A_i)}{P(B)}\;;i=1,2,\ldots,n$$

الدرس الثاني 2

التوزيعات الإحتمالية المنفصلة

الهدف
- أتعرف التوزيعات الإحتمالية المنفصلة (توزيع ذي الحدين ، توزيع بواسون)
- أحسب الاحتمالات باستخدام توزيع ذي الحدين وتوزيع بواسون.

مجموعة رفعة الرياضيات

التوزيع الإحتمالي للمتغير العشوائي

هو دالة توضح احتمالات قيم المتغير العشوائي المختلفة و يعبر عنها بجدول أو معادلة رياضية تبين قيم المتغير العشوائي و الاحتمالات المقابلة لها و يحتوي

المتغير العشوائي المنفصل على عدد معدود من النتائج المحتملة للتجربة أما

المتغير العشوائي المتصل فيحتوي على عدد غير معدود من النتائج

التوزيع الإحتمالي المنفصل

التوزيع الإحتمالي للمتغير العشوائي المنفصل X الذي يأخذ القيم $x_1, x_2, \ldots, x_n$

و لكل X قيمة احتمالية معينة يرمز لها

$$P(X = x_1), P(X = x_2), \ldots, P(X = x_n)$$

شروط

يكون التوزيع الإحتمالي توزيعاً منفصلاً إذا حقق :

١ $P(X = x_i) \geq 0$ لجميع قيم X ، $i = 1,2,\ldots,n$

٢ $\sum P(X = x_i) = 1$ مجموع الإحتمالات يساوي واحد

لاحظ !

- يمكن رسم التوزيع الإحتمالي للمتغير العشوائي المنفصل باستخدام المدرج أو الأعمدة التكرارية
- يمكن التعامل مع البيانات النوعية بمتغيرات عشوائية منفصلة
- لا يمكن أن تكون قيمة الإحتمال سالبة أو أكبر من ١

قراءة الرموز

يقرأ الرمز $P(X = 1) = 0.05$ احتمال المتغير العشوائي X عندما تكون قيمته ١ يساوي 0.05

توزيع ذي الحدين

توزيع ذي الحدين يعطى بالمعادلة التالية و يسمى (دالة الكتلة الإحتمالية) :

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x q^{1-x}$$

n عدد مرات التكرار — p النجاح — q الفشل

لاحظ !

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

$$n! = (n)(n-1)(n-2)\ldots(1)$$

خصائص توزيع ذي الحدين

المتوسط الحسابي $\mu = np$

التباين $\sigma^2 = npq$

$p + q = 1$

توزيع بواسون

توزيع احتمالي منفصل يستخدم في حالة الحوادث المستقلة و يهتم بحساب الاحتمالات للحوادث النادرة

مثل

حرائق المدارس في أحد المدن

الحوادث المرورية على طريق محدد

الأخطاء المطبعية في إحدى صفحات كتاب

معادلة

$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^X}{X!} \quad , X = 1,2,\ldots$$

$e \approx 2.7$ مقدار ثابت — λ المتوسط الحسابي لتوزيع بواسون

أهم خصائصها

المتوسط الحسابي = التباين = λ

الدرس الثالث 3

التوزيعات الإحتمالية المتصلة

الهدف
- أتعرف التوزيع الاحتمالي المتصل (التوزيع الطبيعي) و أوجده و أفسره لاتخاذ القرارات المناسبة.
- أحسب الاحتمالات باستخدام التوزيع الطبيعي

التوزيع الإحتمالي المتصل

هو أن يأخذ المتغير العشوائي المتصل X قيماً صحيحة و كسرية.

المجال مجموعة الأعداد الحقيقية.

و يعطى بصيغة رياضية تسمى دالة الكثافة الاحتمالية و يرمز لها بالرمز $f(x)$

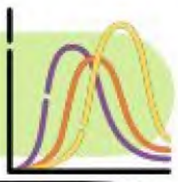
من أشهر التوزيعات الإحتمالية المتصلة :

التوزيع الطبيعي

من أشهر التوزيعات الإحتمالية المتصلة و أكثرها استخداماً في أغلب الجوانب النظرية و التطبيقية و له استخدامات متعددة لوصف النمط التكراري للعديد من الظواهر حولنا

مثل

التوزيع الطبيعي

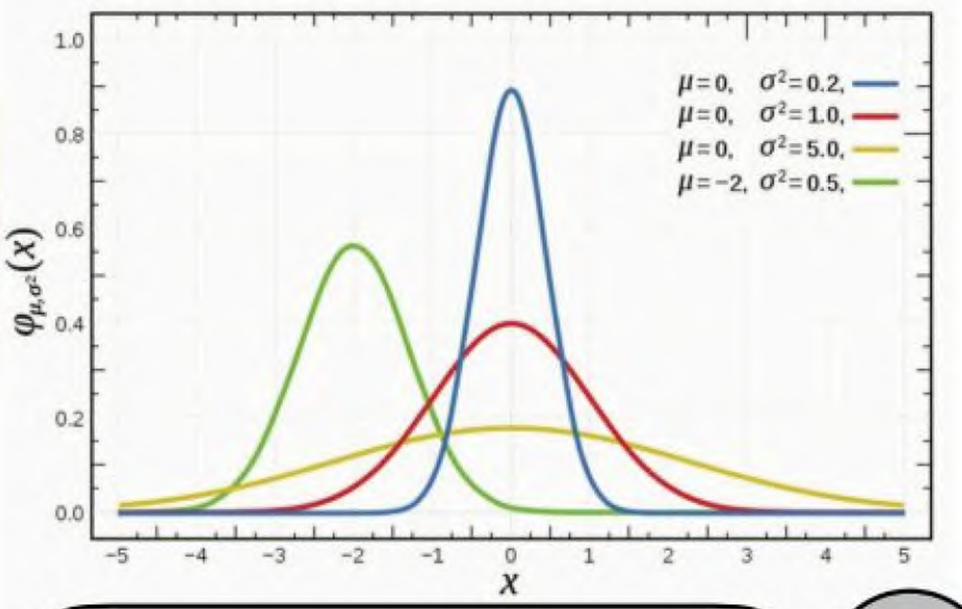


عبارة عن معادلة رياضية تحد المنحنى

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}$$

بحيث

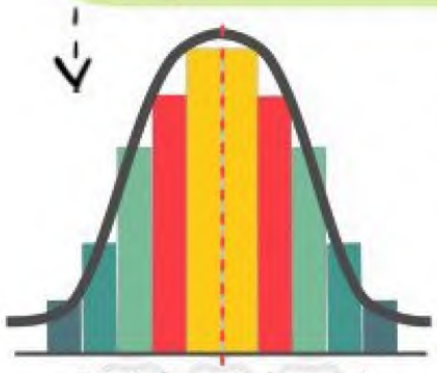
$\sigma > 0$ | $-\infty < \mu < \infty$ | $-\infty < X < \infty$



μ تمثل المتوسط الحسابي للتوزيع و هو قيمة المناظرة للقيمة العظمى على المنحنى

σ^2 يمثل التباين و مدى انتشار البيانات في التوزيع

خصائص التوزيع الطبيعي



١ يتخذ المنحنى شكل الجرس

٢ المنحنى متماثل

المتوسط = الوسيط = المنوال

٣ المساحة تحت المنحنى تساوي ١ (قيمة الإحتمال)

٤ تتساوى بالمنتصف قيمة المتوسط و الوسيط و المنوال

٥ يقترب المنحنى من المحور الأفقي x و لكنه لا يمسه و لا يتقاطع معه

التوزيع الطبيعي المعياري

هو التوزيع الذي يكون

متوسطه الحسابي = صفر

تباينه = واحد.

نظرية !

إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X هو التوزيع الطبيعي بمتوسط حسابي μ و تباين σ^2

فإن صيغة التحويل إلى توزيع **طبيعي معياري**

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

تم بحمد اللّه

كتاب الإحصاء -التعليم الثانوي - نظام المسارات - السنة الثالثة