

ملخص

مادة الرياضيات

الصف الثالث متوسط

الفصل الدراسي الثالث

الفصل الثامن: الدوال التربيعية

عنوان الدرس

تمثيل الدوال التربيعي بيانياً

حل المعادلات التربيعية
بيانياً

حل المعادلات التربيعية
بإكمال المربع

حل المعادلات التربيعية
باستعمال القانون العام

١_١ تمثيل المعادلات التربيعية بياناً



خصائص الدوال التربيعية

الصورة القياسية : $أس + ب ص + ج$

الدالة المولدة : $د(ص) = س'$

التمثيل البياني : قطع مكافئ

محور التماثل : $ص = -\frac{ب}{٢أ}$

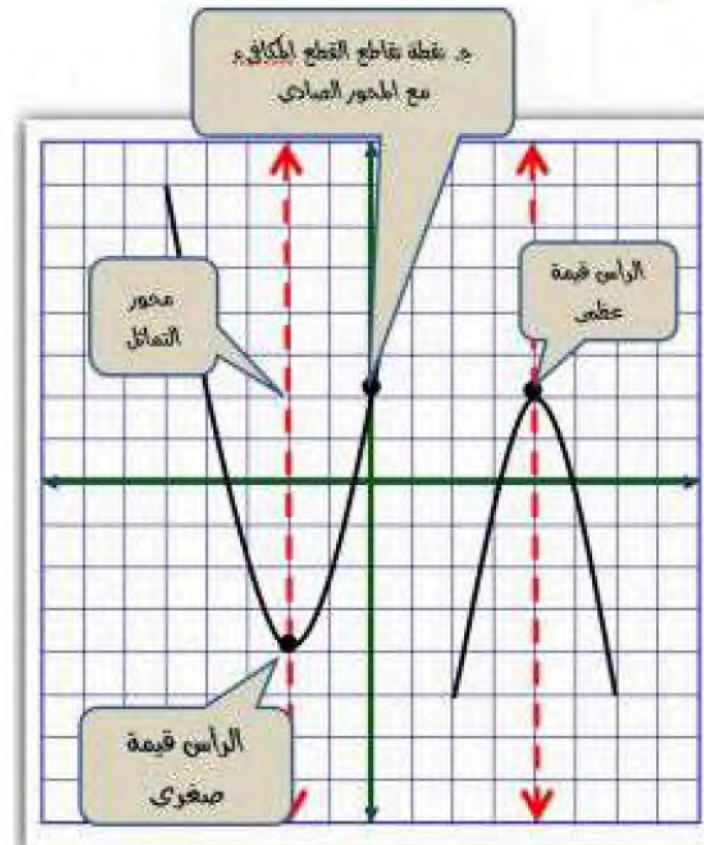
المقطع الصادي = ج

المجال هو مجموعة جميع

القيم الممكنة للمتغير س

المدى هو مجموعة جميع

القيم الممكنة للمتغير ص



تمثيل الدوال التربيعية بياناً

خطوات تمثيل الدوال التربيعية بياناً

الخطوة ١: أوجد معادلة محور التماثل

الخطوة ٢: أوجد الرأس وأحدد إذا كان يمثل نقطة

صغرى أم نقطة عظمى

الخطوة ٣: أوجد المقطع الصادي

الخطوة ٤: استعمل التماثل لإيجاد نقاط أخرى على

التمثيل البياني للدالة عند الضرورة.

الخطوة ٥: صل بين النقاط بمنحنى

القيم العظمى والقيم الصغرى

يكون التمثيل البياني للدالة : $د(ص) = أس + ب ص + ج$ ، حيث $أ > ٠$

له قيمة صغرى

عندما $أ < ٠$ (موجبة)

ويكون القطع مفتوحاً إلى أعلى والمدى جميع

الأعداد الحقيقية التي تزيد على أو تساوي القيمة

الصغرى

له قيمة عظمى

عندما $أ > ٠$ (سالبة)

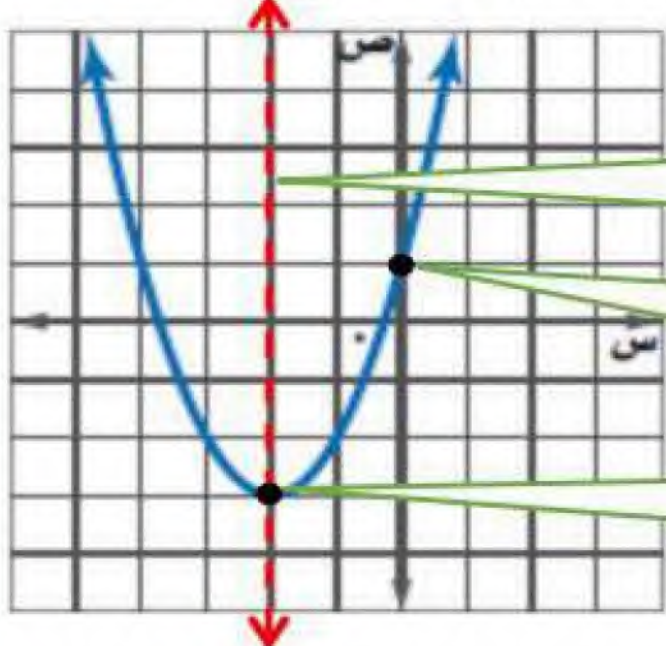
ويكون القطع مفتوحاً إلى أسفل والمدى

جميع الأعداد التي تقل عن أو تساوي

القيمة العظمى

تحديد خصائص القطع المكافئ من خلال تمثيلة

أوجد الرأس ومعادلة محور التماثل والمقطع الصادي



محور التماثل $ص = ٢$

المقطع الصادي $ص = ١$

الرأس $(٢، -١)$

تحديد خصائص القطع المكافئ من خلال قاعدة دالتة

مثال أوجد الرأس ومعادلة محور التماثل والمقطع الصادي

للدالة $ص = ٣س - ٦س + ٥$

معادلة محور التماثل $ص = \frac{٦}{٢ \times ٣} = ١$

الرأس $(١، ص)$ $ص = ٣(١) - ٦(١) + ٥ = ٠$

$ص = ١$ $ص = ٣(١) - ٦(١) + ٥ = ٠$

$ص = ١$ $ص = ٢$ الرأس $(١، ٢)$

المقطع الصادي : $٥ -$ ، $٠ > أ$ مفتوح للأسفل وله قيمة عظمى

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- الرأس و معادلة محور التماثل للدالة $ص = ٢س^٢ + ١٢س + ١٠$ هي :

(أ) $(٨- , ٣-)$, $ص = ٣-$	(ب) $(٣ , ١٢-)$, $ص = ٣$	(ج) $(٣ , ٨-)$, $ص = ٣-$	(د) $(٨ , ٣)$, $ص = ٣$
٢- مدى الدالة $ص = ٣س^٢ + ٦س + ٣$ هو :			
(أ) $\{ص ص \geq ٧\}$	(ب) $\{ص ص \leq ٧\}$	(ج) $\{ص ص \geq ٦\}$	(د) $\{ص ص \leq ٦\}$

٢- اكمل الفراغات التالية :

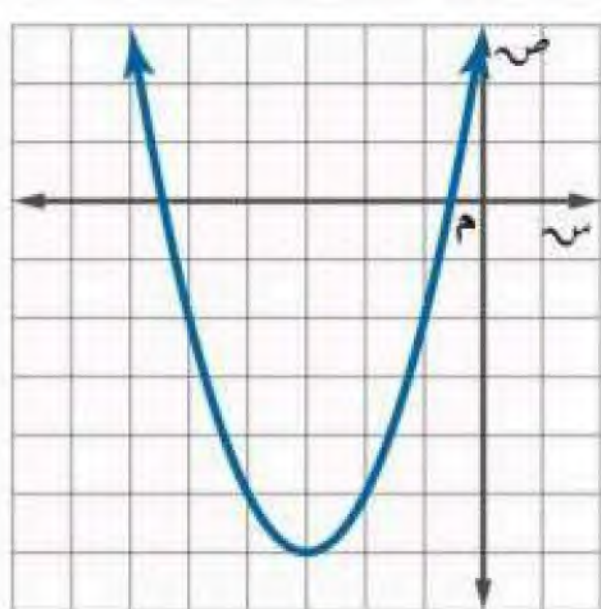
١- التمثيل البياني لدالة تربيعية هو قطع مكافئ

٢- القيمة العظمى للدالة $د(س) = ٢س^٢ - ٨س + ١$ تساوي ٩

٣- المقطع الصادي للدالة $ص = (١ - س)^٢ + ٥$ يساوي ٦

٤- مستعينة بالتمثيل المجاور اوجدي

ما هو مطلوب منك :



١- رأس القطع المكافئ $(٣- , ٦-)$

٢- معادلة محور التماثل $ص = ٣-$

٣- المقطع الصادي هو ٣

٣- مثل الدالة $د(س) = ٢س^٢ - ٤س + ١$ بيانيا .

معادلة محور التماثل

$س = ٢$

الرأس

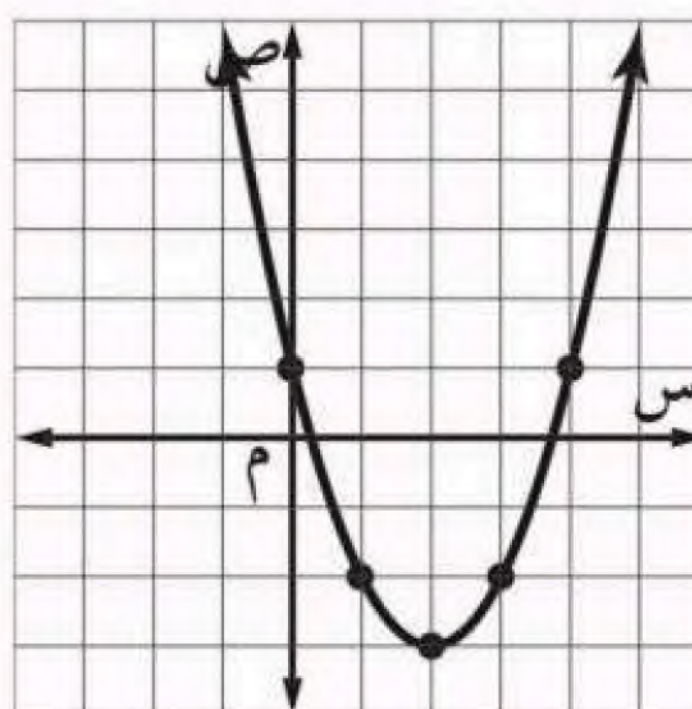
يقع الرأس عند النقطة

$(٢ , ٣-)$

التمثيل مفتوح إلى أعلى

الرأس يمثل قيمة صغرى

المقطع الصادي يساوي ١





١_٢ حل المعادلات التربيعية بياناً

حلول المعادلات التربيعية

حلول المعادلة أو جذورها يمكن تحديدها بإيجاد المقاطع السينية للتمثيل البياني للدالة المرتبطة

لا يوجد حلول حقيقية



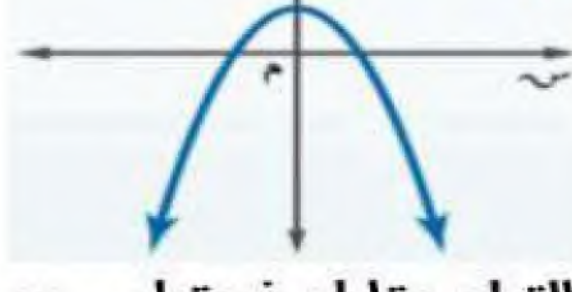
القطع لا يتقاطع مع محور
السينات

حل حقيقي واحد



القطع يتقاطع في نقطة
واحدة مع محور السينات

حلا حقيقيان مختلفان



القطع يتقاطع في نقطتين مع
محور السينات

حل حقيقي واحد

مثال : حل المعادلة $x^2 - 6x + 9 = 0$ بياناً

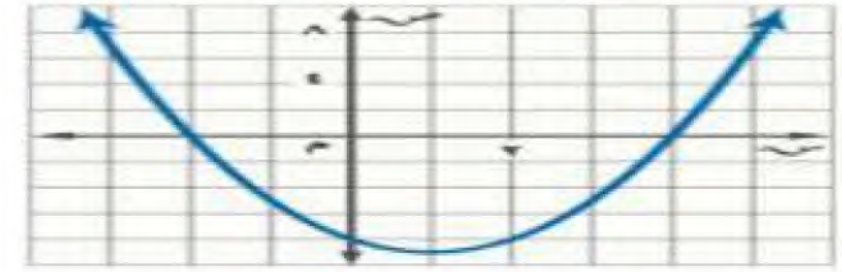
عند تمثيل الدالة $d(x) = x^2 - 6x + 9$ المرتبطة بالمعادلة
بياناً تظهر المقاطع السينية للتمثيل البياني عند ٣ لذا فالحل هو ٣
ويسمى جذر مكرر



حلا حقيقيان مختلفان

مثال : حل المعادلة $x^2 - 2x - 8 = 0$ بياناً

عند تمثيل الدالة $d(x) = x^2 - 2x - 8$ المرتبطة
بالمعادلة بياناً تظهر المقاطع السينية للتمثيل البياني عند
 $-2, 4$ لذا فالحلول هي $-2, 4$



تمثل الجذور التي وجدت للمعادلات السابقة أعداد صحيحة ، إلا أن جذور المعادلات التربيعية ليست دائماً كذلك.
ونستعمل في هذه الحالات التقدير لإيجاد قيم تقريبية لجذور المعادلات .

تقدير الجذور التربيعية باستعمال الجدول

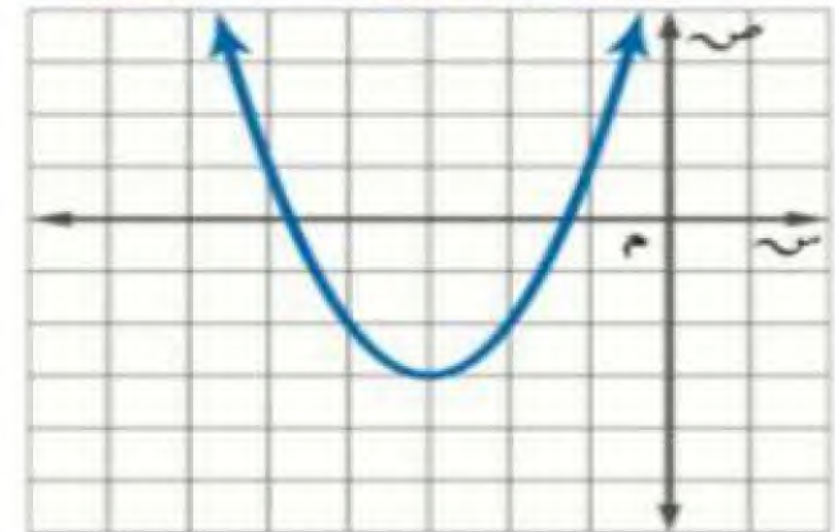
مثال : حل المعادلة $x^2 + 6x + 7 = 0$ بياناً ، وإذا لم تكن أعداد صحيحة ، فقدرها إلى أقرب جزء من عشرة

أنشئ جدولاً بتدرج طوله ١٠ لقيم x التي تقع بين $-5, 4$ وبين $-2, 1$
وتعد قيمة الدالة الأقرب إلى الصفر هي التقريب الأفضل للدالة

س	٤,٩-	٤,٨-	٤,٧-	٤,٦-	٤,٥-	٤,٤-	٤,٣-	٤,٢-	٤,١-
ص	٠,٦١	٠,٢٤	٠,١١	٠,٤٤	٠,٧٥	١,٠٤	١,٣١	١,٥٦	١,٧٩
س	١,٩-	١,٨-	١,٧-	١,٦-	١,٥-	١,٤-	١,٣-	١,٢-	١,١-
ص	١,٧٩	١,٥٦	١,٣١	١,٠٤	٠,٧٥	٠,٤٤	٠,١١	٠,٢٤	٠,٦١

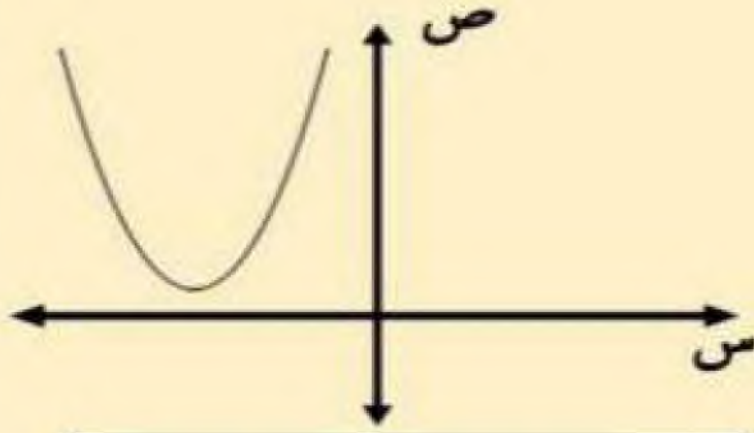
بما أن قيمة الدالة الأقرب إلى الصفر هي $-0,11$ ، لذا
الجذور التقريبية هما $-4,٧$ ، $-١,٣$.

الحل : عند تمثيل الدالة $d(x) = x^2 + 6x + 7$ المرتبطة
بالمعادلة بياناً تظهر المقاطع السينية
للتمثيل البياني بين $-5, 4$ وبين $-2, 1$

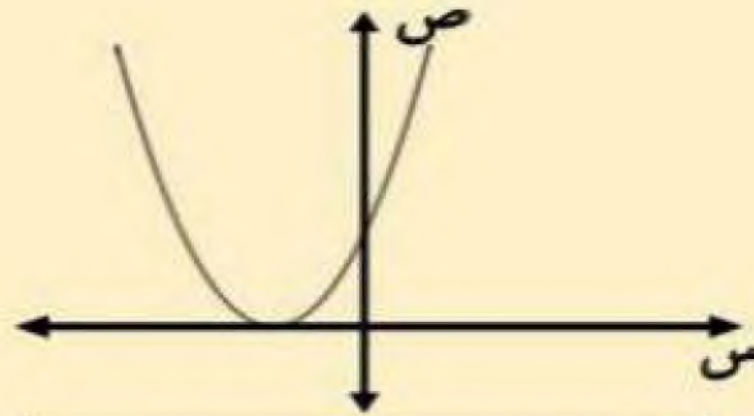


١- اكمل الفراغات التالية :

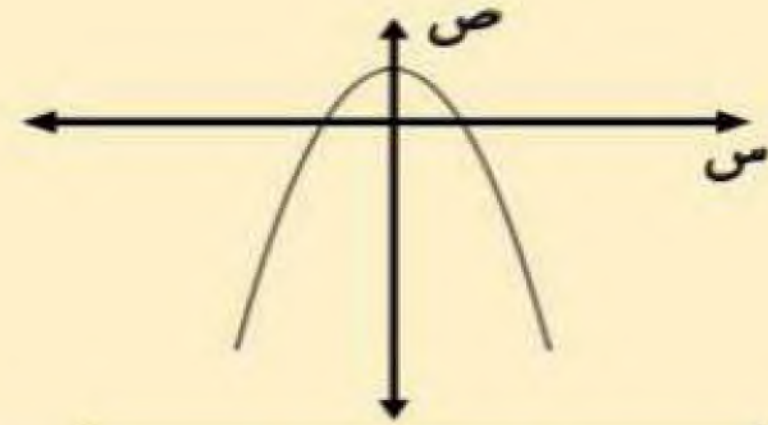
حلول المعادلات التربيعية



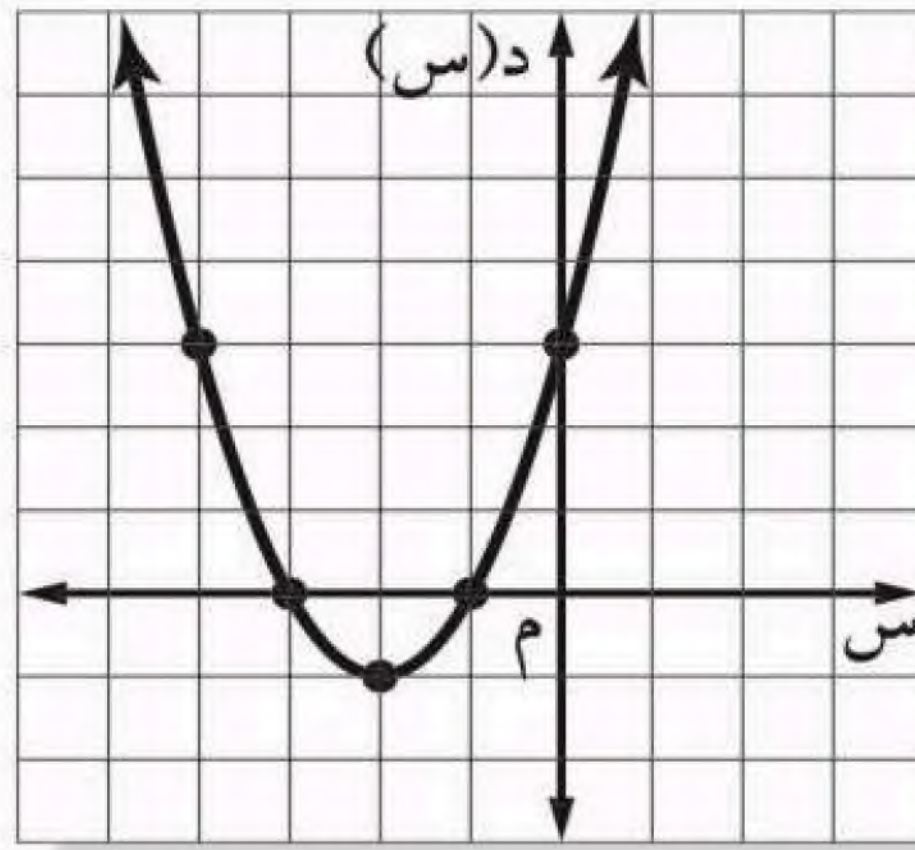
لا يوجد حلول حقيقية



حل حقيقي وحيد



حلان حقيقيان



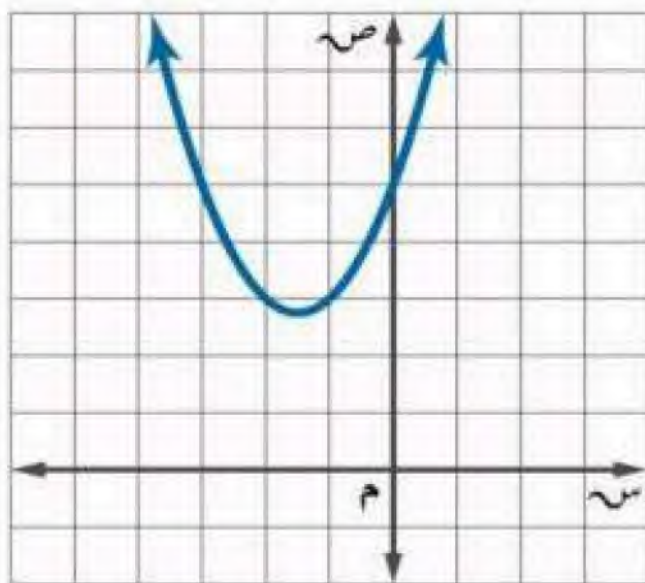
٢- حل المعادلة $س^2 + ٤س + ٣ = ٠$ بيانيا :

امثل الدالة $د(س) = س^2 + ٤س + ٣$ المرتبطة بالمعادلة بيانيا

تظهر المقاطع السينية للتمثيل البياني عند ١- ، ٣-

لذا فالحلول هي ١- ، ٣-

٣ - اكتشف الخطأ : يقوم معاذ و أحمد بإيجاد عدد الأصفار الحقيقية للدالة الممثلة بالشكل المجاور فأيهما كانت إجابته صحيحة ؟ فسر إجابتك .



أحمد

لها صفرا حقيقيا واحدا ، لأن التمثيل البياني للدالة مقطعا صاديا .

معاذ

ليس لهذه الدالة أصفار حقيقية ، لأنه لا يوجد لتمثيلها البياني مقاطع سينية .

الإجابة : معاذ ، أصفار الدالة التربيعية هي المقاطع السينية للتمثيل ، وبما أن التمثيل لا يقطع محور السينات فلا توجد مقاطع سينية ولا أصفار

٨_٣ حل معادلات تربيعية ياكمال المربع

- ✓ احل معادلات تربيعية باستخدام القانون العام
- ✓ استعمل المميز لتحديد عدد حلول معادلة تربيعية



إكمال المربع

خطوات إكمال المربع في أي عبارة تربيعية على الصورة $س^٢ + ب س$
(١) أوجد نصف ب (معامل س) ، (٢) رتب الناتج في الخطوة (١)
(٣) أضف الناتج من الخطوة (٢) إلى $س^٢ + ب س$ ، ثم أكتب العبارة على صورة مربع كامل $س^٢ + ب س + \left(\frac{ب}{٢}\right)^٢ = \left(س + \frac{ب}{٢}\right)^٢$

مثال : أوجد قيمة ج التي تجعل ثلاثية الحدود $س^٢ + ٨ س + ح$ مربع كاملاً

الحل : (١) اجد نصف العدد ٨ . $٤ = \frac{٨}{٢}$
(٢) اربع الناتج في الخطوة (١) $١٦ = ٤^٢$
(٣) اضيف ١٦ إلى $س^٢ + ٨ س$. $س^٢ + ٨ س + ١٦$
إذن $ج = ١٦$ و $س^٢ + ٨ س + ١٦ = (س + ٤)^٢$

حل معادلات ياكمال المربع

لابد أن يكون المعامل الرئيس (معامل $س^٢$) يساوي (١) وإذا كان المعامل الرئيس ليساوي الواحد ، أقسم كل حد على هذا المعامل ثم افصل الحدين اللذين يحتويان $س$ ، ثم أكمل المربع

مثال : حل المعادلة $س^٢ + ٤ س = ٢١$

الحل : $س^٢ + ٤ س + ٤ = ٢١ + ٤$ بما أن $\left(\frac{٤}{٢}\right)^٢ = ٤$ ، لذا أضف ٤ للطرفين
حلل $س^٢ + ٤ س + ٤$ $(س + ٢)^٢ = ٢٥$
ياخذ الجذر للطرفين ثم أضف ٢ - للطرفين $س + ٢ = \pm ٥$
 $س = ٣$ $س = -٢ - ٥ = -٧$ أفصل الحدين
أبسط $س = -٧$ $س = ٣$ إذن الحلان هما ٣ ، -٧

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- قيمة ج التي تجعل $س^2 + ٨س + ج$ مربعا كاملا هي :			
أ (٤)	ب (١٦)	ج (٦٤)	د (٨)
٢- حلول المعادلة $س^2 + ١٢س = ١٣$ هي			
أ (٦.٢)	ب (٣.٤)	ج (١٣.١)	د (٣.١٣)

٢- حل المعادلة $س^2 - ٨س + ٧ = ٠$ بإكمال المربع .

اطرح ٧ من كلا الطرفين $س^2 - ٨س = -٧$

بما أن $(\frac{-٨}{٢})^2 = ١٦$ لذا أضف ١٦ إلى كلا الطرفين $س^2 - ٨س + ١٦ = ١٦ - ٧$

حلل $س^2 - ٨س + ١٦$ $٩ = (س - ٤)^2$

أوجد الجذر التربيعي لكلا الطرفين $س - ٤ = \pm ٣$

افصل الحلين $س - ٤ = ٣$ أو $س - ٤ = -٣$

$س = ٤ + ٣$ $س = ٤ - ٣$

$٧ =$ $١ =$

الحلان هما ١، ٧

٣- حدد العبارة التي تختلف عن العبارات الثلاث الأخرى . وفسر إجابتك .

$س^2 + ن + ١$

$س^2 - ٦ن + ٩$

$س^2 + ٤ن + ٤$

$س^2 - ٢ن + ١$

$س^2 + ن + ١$ هي ثلاثية الحدود الوحيدة التي لا تمثل مربعا كاملا .



القانون العام

هو صيغة تستعمل لحل أي معادلة تربيعية مكتوبة بالصيغة القياسية (أس^٢ + ب ص + ج = ٠)

$$\text{ويعبر عنه بالقانون العام : } \text{أس} = \frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^2 - 4\text{أج}}}{2\text{أ}} \text{ حيث } \text{أ} \neq 0$$

مثال: حل المعادلة $\text{أس}^2 - \text{س} - 10 = 0$ باستعمال القانون العام

الحل: الخطوة (١): أعد كتابة المعادلة بالصورة القياسية

$$\text{أس}^2 - \text{س} - 10 = 0 \quad \text{أس}^2 - \text{س} - 10 = 0$$

الخطوة (٢): نطبق القانون العام

$$\text{أس} = \frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^2 - 4\text{أج}}}{2\text{أ}} = \text{س}$$

$$\text{س} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(1)(-10)}}{2(1)} = \text{س}$$

$$\text{س} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 40}}{2} = \text{س}$$

بفصل الحلان

$$\text{س} = \frac{1 + \sqrt{41}}{2} \quad \text{س} = \frac{1 - \sqrt{41}}{2}$$

$$\text{س} = 3$$

$$\text{س} = 0$$

الحلان هما ٣، ٥

استعمال المميز لتحديد عدد حلول معادلة تربيعية

في القانون العام تسمى العبارة التي تحت الجذر (ب^٢ - ٤أج) المميز ويمكن استعماله لتحديد

عدد الحلول الحقيقية للمعادلة التربيعية

إذا كان ناتج المميز سالب

فالمعادلة ليس لها حل

ولا يوجد مقطع سيني

إذا كان ناتج المميز صفر

فالمعادلة لها حل واحد

عدد المقاطع السينية واحد

إذا كان ناتج المميز موجب

فالمعادلة لها حلين

عدد المقاطع السينية اثنين

مثال: المعادلة $\text{أس}^2 - 3\text{س} + 2 = 0$

المميز: $\text{ب}^2 - 4\text{أج} = (-3)^2 - 4(1)(2) = 9 - 8 = 1$ (صفر)
إذن يوجد للمعادلة حل واحد ومقطع سيني واحد فقط

مثال: المعادلة $\text{أس}^2 + 2\text{س} + 1 = 0$

المميز: $\text{ب}^2 - 4\text{أج} = (2)^2 - 4(1)(1) = 4 - 4 = 0$ (سالب)
إذن عدد الحلول للمعادلة صفر ولا يوجد مقاطع سينية

الفصل التاسع: المعادلات الجذرية المثلثات

عنوان الدرس

تبسيط العبارات الجذرية

العمليات على العبارات
الجذرية

المعادلات الجذرية

نظرية فيثاغورس

المسافة بين نقطتين

المثلثات المتشابهة

النسب المثلثية



تكون العبارة الجذرية في أبسط صورة إذا تحققت في العبارة التي تحت الجذر الشروط التالية:

• لا يكون أي من عوامله مربعاً كاملاً عدا الواحد .

• لا يتضمن كسوراً .

• لا يظهر أي جذر في مقام الكسر .

ويمكن استعمال الخواص الآتية لتبسيط الجذور التربيعية

خاصية قسمة الجذور التربيعية

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

مثال:

$$\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{25}} = \frac{\sqrt{10}}{5} = \sqrt{\frac{10}{25}} = \sqrt{\frac{2}{5}}$$

خاصية ضرب الجذور التربيعية

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$$

أمثلة:

$$\sqrt{9} \times \sqrt{5} = \sqrt{45}$$

$$\sqrt{25} \times \sqrt{5} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$

$$\sqrt{3} \times \sqrt{5} \times \sqrt{5} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$

$$\sqrt{3} \times 5 = \sqrt{3} \times \sqrt{25} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$

تبسيط الجذر التربيعي للمتغيرات

مثال:

$$\sqrt{a^2 \times b^2 \times c^2 \times d^2} = \sqrt{a^2 b^2 c^2 d^2} = a b c d$$

عند تبسيط العبارات الجذرية إذا كان ماتحت الجذر التربيعي متغيراً ذا أس زوجي وناتج تبسيطه ذا أس فردي يجب استعمال القيمة المطلقة

إنطاق المقام (جعل المقام خالياً من الجذور)

عندما يكون المقام من حدين تحتوي على جذر نضرب في المرافق

مثال:

$$\frac{\sqrt{5}-3}{\sqrt{5}+3} \times \frac{\sqrt{5}-3}{\sqrt{5}-3} = \frac{(\sqrt{5}-3)^2}{5-9} = \frac{5-6\sqrt{5}+9}{-4} = \frac{14-6\sqrt{5}}{-4} = \frac{6\sqrt{5}-14}{4}$$

عندما يكون المقام من حد واحد يحتوي على جذر نضرب في جذر المقام

مثال:

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3}{2}$$

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تبسيط العبارة الجذرية $\sqrt{24} =$

(أ) $\sqrt{2} \sqrt{6}$	(ب) $\sqrt{4} \sqrt{6}$	(ج) $\sqrt{2} \sqrt{6}$	(د) $\sqrt{12}$
-------------------------	-------------------------	-------------------------	-----------------

٢- تبسيط $\sqrt{8} \times \sqrt{5} =$

(أ) $\sqrt{4} \sqrt{10}$	(ب) $\sqrt{2} \sqrt{10}$	(ج) $\sqrt{4} \sqrt{5}$	(د) $\sqrt{5} \sqrt{8}$
--------------------------	--------------------------	-------------------------	-------------------------

٣- تبسيط العبارة $\sqrt{\frac{45}{10}} =$

(أ) $\frac{\sqrt{2} \sqrt{3}}{2}$	(ب) $\frac{\sqrt{2} \sqrt{5}}{10}$	(ج) $\frac{\sqrt{45} \sqrt{10}}{10}$	(د) $\frac{\sqrt{50} \sqrt{10}}{10}$
-----------------------------------	------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------

٢- اكمل الفراغات التالية :

١- $\sqrt{88} \sqrt{2} = \sqrt{\quad} = \sqrt{\quad}$

٢- مرافق $\sqrt{7} - 6$ هو $\sqrt{7} + 6$

٤- بسط العبارة

$$\sqrt{56} \sqrt{5} \sqrt{7}$$

$$\sqrt{56} \sqrt{5} \sqrt{7} = \sqrt{56 \times 5 \times 7}$$

$$= \sqrt{1960} = 14 \sqrt{10}$$

٣- بسط العبارة :

$$\frac{3}{\sqrt{5} + 3}$$

$$\frac{3}{\sqrt{5} + 3} \times \frac{\sqrt{5} - 3}{\sqrt{5} - 3} =$$

$$\frac{3(\sqrt{5} - 3)}{5 - 9} = \frac{3(\sqrt{5} - 3)}{-4} = \frac{3(3 - \sqrt{5})}{4}$$

٩_٢ العمليات على العبارات الجذرية

✓ أضرب العبارات الجذرية



جمع العبارات الجذرية وطرحها

يجب أن تكون العبارات الجذرية عند جمعها أو طرحها متشابهة مثلها مثل وحيدات الحد

جمع وطرح العبارات الجذرية

إذا كان ماتحت جذورها غير متشابهة
يجب تبسيط كل حد جذري أولاً، ثم إجراء
العمليات الحسابية المطلوبة.

مثال

$$\begin{aligned} (\sqrt{2} \times \sqrt{5}) + \sqrt{4} &= \sqrt{10} + \sqrt{4} \\ (\sqrt{2} \times \sqrt{5}) + \sqrt{4} &= \\ \sqrt{10} + \sqrt{4} &= \\ \sqrt{10} + 2 &= \end{aligned}$$

إذا كان ماتحت جذورها متشابهة
يجب أن تكون العبارات الجذرية عند جمعها
أو طرحها متشابهة مثلها مثل وحيدات الحد.

مثال

$$\sqrt{2}(\sqrt{3} - \sqrt{7} + \sqrt{9}) = \sqrt{2}\sqrt{3} - \sqrt{2}\sqrt{7} + \sqrt{2}\sqrt{9}$$

$$\sqrt{6} - \sqrt{14} + \sqrt{18}$$

ضرب العبارات الجذرية

يشبه ضرب العبارات الجذرية ضرب وحيدات الحد.

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

مثال:

كما يمكن استعمال خاصية التوزيع على العبارات الجذرية

مثال:

$$\begin{aligned} (\sqrt{2} \times \sqrt{5}) + (\sqrt{3} \times \sqrt{2}) &= (\sqrt{2} + \sqrt{3})\sqrt{2} \\ [(\sqrt{2} \times \sqrt{5})] + [(\sqrt{3} \times \sqrt{2})] &= \\ [\sqrt{10}] + [\sqrt{6}] &= [\sqrt{10}] + [\sqrt{6}] \\ [\sqrt{10}] + 2 &= \end{aligned}$$

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

$= \sqrt{4} \sqrt{7} \times \sqrt{5} \sqrt{2}$			
(أ) $\sqrt{20} \sqrt{14}$	(ب) $\sqrt{5} \sqrt{14}$	(ج) $\sqrt{5} \sqrt{28}$	(د) $\sqrt{10} \sqrt{28}$
٢- العبارة الجذرية $= \sqrt{2} \sqrt{3} - \sqrt{2} \sqrt{5} + \sqrt{2} \sqrt{4}$			
(أ) $\sqrt{2} \sqrt{4}$	(ب) $\sqrt{2} \sqrt{2}$	(ج) $\sqrt{6} \sqrt{2}$	(د) $\sqrt{6} \sqrt{6}$
(٣) $= \sqrt{7} \sqrt{3} + \sqrt{3} \sqrt{6} - \sqrt{7} \sqrt{3} + \sqrt{3} \sqrt{4}$			
(أ) $\sqrt{7} \sqrt{2} + \sqrt{3} \sqrt{2}$	(ب) $\sqrt{7} \sqrt{6} + \sqrt{3} \sqrt{2}$	(ج) $\sqrt{14} \sqrt{2} + \sqrt{6} \sqrt{2}$	(د) $\sqrt{7} \sqrt{6} + \sqrt{3} \sqrt{10}$

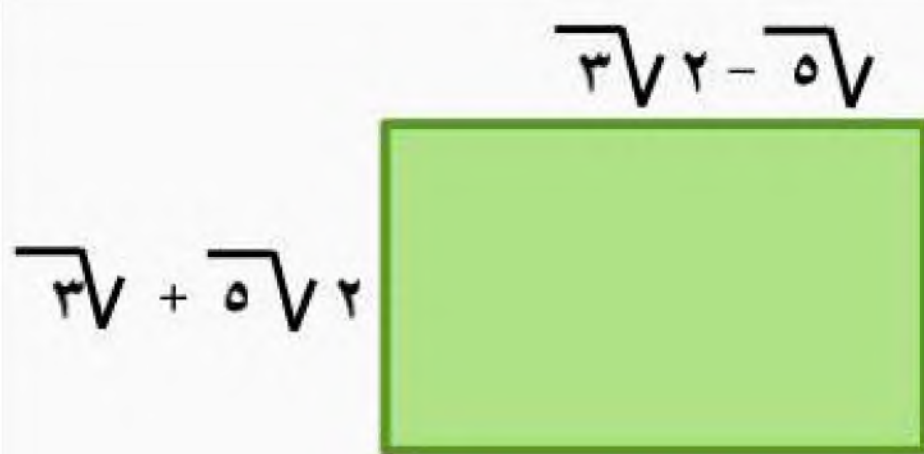
٢- اكمل الفراغات التالية :

$$(١) \sqrt{6} \sqrt{16} = \sqrt{24} \sqrt{2} + \sqrt{54} \sqrt{4}$$

$$(٢) \sqrt{3} \sqrt{3} = \sqrt{12} \sqrt{2} - \sqrt{3} \sqrt{2} + \sqrt{27} \sqrt{2}$$

٣- أوجد مساحة المستطيل المجاور بأبسط صورة .

$$\text{مساحة المستطيل} = (\sqrt{3} \sqrt{2} + \sqrt{5} \sqrt{2})(\sqrt{3} \sqrt{2} - \sqrt{5} \sqrt{2})$$



$$= (\sqrt{3}\sqrt{2})(\sqrt{3}\sqrt{2}) - (\sqrt{5}\sqrt{2})(\sqrt{3}\sqrt{2}) - (\sqrt{3}\sqrt{2})(\sqrt{5}\sqrt{2}) + (\sqrt{5}\sqrt{2})(\sqrt{5}\sqrt{2}) =$$

$$= 6 - 10\sqrt{4} - 10\sqrt{4} + 10 =$$

$$= 10\sqrt{3} - 4 =$$

٩_٣ المعادلات الجذرية



المعادلات الجذرية : هي المعادلات التي تحتوي متغيرات تحت الجذر

حل المعادلات الجذرية التي تحتوي متغيراً في أحد طرفي المعادلة

معادلة جذرية $0 = 2 - 3 + \sqrt{x}$ ✓
إضافة (٢) للطرفين $2 = 3 + \sqrt{x}$ ✓
بتربيع الطرفين $4 = 3 + x$
إضافة (-٣) للطرفين $1 = x$

مثال

خطوات حل هذه المعادلات
أولاً: أجعل المتغير الذي تريد إيجاد قيمته في
طرف من المعادلة
ثانياً: رتب طرفي المعادلة للتخلص من الجذر

ينتج عن تربيع طرفي المعادلة أحياناً حل لا يحقق المعادلة الأصلية . وهذه الحلول تسمى حلولاً
دخيلة ؛ لذا عليك التحقق من الحلول كلها في المعادلة الأصلية

حل المعادلات الجذرية التي تحتوي متغيراً في طرفيها

مثال

التحقق

المعادلة الأصلية $3 + \sqrt{x} = 0 + \sqrt{x}$ ✓
عوض عن $\sqrt{x}$ بـ ٤ $3 + 4 = 0 + 4$ ✓
 $7 \neq 4$ حل خطأ ✗
المعادلة الأصلية $3 + \sqrt{x} = 0 + \sqrt{x}$ ✓
عوض عن $\sqrt{x}$ بـ ١ $3 + 1 = 0 + 1$ ✓
 $4 = 1$ حل صحيح ✓

بما أن ٤- لا تحقق المعادلة الأصلية ، لذا فإن ١- هو الحل الوحيد للمعادلة

$$3 + \sqrt{x} = 0 + \sqrt{x}$$

الحل : $(3 + \sqrt{x})^2 = (0 + \sqrt{x})^2$ رتب الطرفين

بسط $9 + 6\sqrt{x} + x = 0 + 2\sqrt{x} + x$
 $9 + 4\sqrt{x} = 0$ أطرح $0 + x$ من الطرفين
 $(3 + \sqrt{x})(3 - \sqrt{x}) = 0$ حل
 $3 + \sqrt{x} = 0$ خاصية التوزيع الصفرية
 $\sqrt{x} = -3$ حل
 $x = 9$

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- حل المعادلة $\sqrt{s-3} = 2 - s$ هو :			
أ (٣٦)	ب (٣٩)	ج (٤٢)	د (٤٥)
٢- حل المعادلة $\sqrt{s-3} = 3 - \sqrt{s-1}$ هو :			
أ (٣)	ب (٤)	ج (٥)	د (٦)

٢- اكمل الفراغات الآتية :

١- المعادلات التي تحتوي متغيرات تحت الجذر تسمى **معادلات جذرية**

٢- لحل المعادلات الجذرية اجعل الجذر في طرف المعادلة أولاً ثم **ربع طرفيها** للتخلص من الجذر

٣- حل المعادلة $\sqrt{s+1} + 4 = 14$ و تحقق من صحة الحل .

المعادلة الأصلية	$\sqrt{s+1} + 4 = 14$
اطرح ٤ من الطرفين	$\sqrt{s+1} = 14 - 4$
ربع الطرفين و بسط	$s+1 = 10^2$
بسط	$s+1 = 100$
اطرح ١ من الطرفين	$s = 99$

التحقق من الحل

بالتعويض عن $s = 99$ في المعادلة الأصلية

$$\begin{aligned} 14 &= \sqrt{99+1} + 4 \\ 14 &= \sqrt{100} + 4 \\ 14 &= 10 + 4 \\ 14 &= 14 \end{aligned}$$



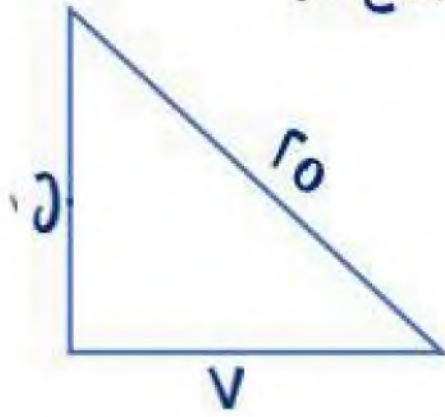
نظرية فيثاغورس



في المثلث القائم الزاوية : (الوتر)^٢ = (الضلع ١)^٢ + (الضلع ٢)^٢

إيجاد الضلع المجهول في المثلث القائم الزاوية

أحد الأضلاع (غير الوتر) المجهول



$$(الضلع ١)^2 = (الوتر)^2 - (الضلع ٢)^2$$

أوجدني طول الضلع المجهول في المثلث الآتي

$$(الضلع ١)^2 = (الوتر)^2 - (الضلع ٢)^2$$

$$(ب)^2 = (٢٥)^2 - (٧)^2$$

$$(ب)^2 = ٦٢٥ - ٤٩$$

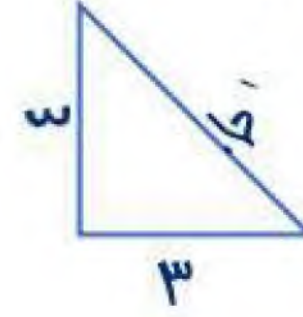
$$(ب)^2 = ٥٧٦$$

$$ب = \pm ٢٤$$

بما أن طول الضلع لا يكون سالباً ، لذا فإن

طول الضلع المجهول هو ٢٤ وحدة

الوتر المجهول



$$(الوتر)^2 = (الضلع ١)^2 + (الضلع ٢)^2$$

أوجدني طول الضلع المجهول في المثلث الآتي

$$(الوتر)^2 = (الضلع ١)^2 + (الضلع ٢)^2$$

$$(ج)^2 = (٣)^2 + (٤)^2$$

$$(ج)^2 = ٩ + ١٦$$

$$(ج)^2 = ٢٥$$

$$ج = \pm ٥$$

بما أن طول الضلع لا يكون سالباً ، لذا فإن طول

الضلع المجهول هو ٥ وحدات

عكس نظرية فيثاغورس

إذا كان الأطوال أ، ب، جـ لاضلاع مثلث تحقق أن : جـ^٢ = أ^٢ + ب^٢ فإن المثلث قائم الزاوية

مثال: حدد إذا كانت الأطوال (٦، ٨، ١٠) يمكن أن تشكل اضلاع مثلث قائم الزاوية أم لا؟

بما أن طول الضلع الأكبر هو ١٠ فإن جـ = ١٠ ، أ = ٨ ، ب = ٦

$$جـ^2 = أ^2 + ب^2 \quad \text{نظرية فيثاغورس}$$

$$١٠^2 \stackrel{?}{=} ٨^2 + ٦^2 \quad \text{بالتعويض عن جـ = ١٠، أ = ٨، ب = ٦}$$

$$١٠٠ \stackrel{?}{=} ٣٦ + ٦٤ \quad \text{بالتربيع}$$

$$١٠٠ = ١٠٠ \quad \text{بالجمع}$$

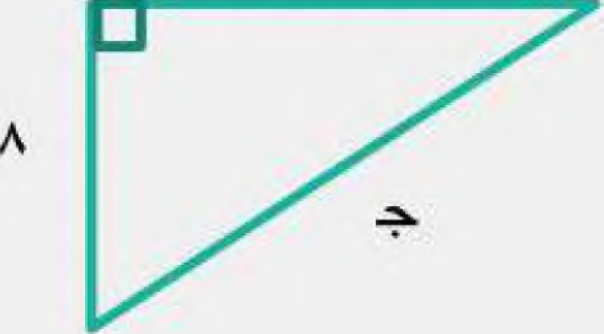
بما أن جـ^٢ = أ^٢ + ب^٢ فإن قياسات هذه الأضلاع تشكل مثلثاً قائم الزاوية .

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - مساحة المثلث م ن ب بالوحدات المربعة في الشكل المجاور :			
			
أ (٢٩ , ٦٨)	ب (١٥٣ , ٦٧)	ج (٣٥ , ٣٠٧)	د (٢١ , ١٩)
٢ - أي الأطوال التالية تشكل أضلاع مثلث قائم الزاوية ؟			
أ (٩ , ١٢ , ١٥)	ب (٦ , ٦ , ١٢)	ج (٣ , ٤ , ٨)	د (٣ , ٥ , ٣)

٢- اكمل الفراغات الآتية :

١ - يسمى الضلع المقابل للزاوية القائمة في المثلث القائم الزاوية الوتر
٢ - ضلعا المثلث القائم الزاوية غير الوتر هما ساقين

٣- أوجد طول الضلع المجهول في المثلث المقابل :-	
	$ج = 17^2 - 8^2$ $ج = 17^2 - 64$ $ج = 289 - 64$ $ج = 225$ $ج = 15$
بما أن طول الضلع لا يكون سالبا ، لذا فإن طول الضلع هو ١٥ ، ١٤ وحدة	

٤ - اكتشف الخطأ : يحاول حسام وحازم تحديد إن كانت الأعداد ٨٥ ، ٧٧ ، ٣٦ تشكل ثلاثية فيثاغورس . فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسر إجابتك .

الإجابة / حسام . يجب أن يساوي مربع العدد الأكبر مجموع مربعي العددين الآخرين . حيث تتحقق عندها ثلاثية فيثاغورس

حازم

$$36^2 \neq 85^2 + 77^2$$

$$1296 \neq 7225 + 5929$$

$$1296 \neq 11154$$
 لا

حسام

$$85^2 \neq 77^2 + 36^2$$

$$7225 \neq 5929 + 1296$$

$$7225 \neq 7225$$
 نعم

٩_ المسافة بين نقطتين

✓ أوجد المسافة بين نقطتين في
المستوى الإحداثي
✓ أوجد نقطة المنتصف بين نقطتين
في المستوى الإحداثي



المسافة بين نقطتين إحداثياتها (x_1, y_1) ، (x_2, y_2) يعبر عنها بالقانون

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

مثال: أوجد المسافة بين النقطتين $(3, 2)$ ، $(4, 0)$

الحل: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$$d = \sqrt{(4 - 3)^2 + (0 - 2)^2} = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5}$$

قانون نقطة المنتصف

إيجاد الإحداثي المجهول

نقطة المنتصف: هي النقطة الواقعة على بعدين
متساويين من طرفي قطعة مستقيمة تنتمي إلى هذه
القطعة ويمكن إيجادها باستعمال القانون

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

مثال: أوجد إحداثي نقطة المنتصف للقطعة
المستقيمة التي تصل بين النقطتين $(4, 10)$ ، $(8, 6)$

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$M = \left(\frac{4 + 8}{2}, \frac{10 + 6}{2} \right)$$

$$M = (6, 8)$$

ويمكن استعمال قانون المسافة بين نقطتين عند
معرفة المسافة بينهما ومعرفة إحداثيات إحدهما
لإيجاد الإحداثي المجهول للنقطة الأخرى

مثال: أوجد القيم الممكنة للمتغير (x) إذا كانت المسافة بين
نقطتين $(3, 4)$ ، $(7, 0)$ تساوي 5 وحدات

الحل:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$5 = \sqrt{(7 - 3)^2 + (0 - 4)^2}$$

$$25 = 16 + 16$$

$$25 = 32 + 16 - 16$$

$$0 = 16 - 16 + 7$$

$$0 = (7 - 1)(1 - 1)$$

$$0 = 1 - 1 \text{ أو } 7 - 1 = 6$$

$$1 = 1 \text{ أو } 7 = 7$$

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - المسافة بين النقطتين $(3, 5), (3, 1) =$			
أ) ١٦	ب) ٤	ج) ٥	د) ٩
٢ - إحداثي نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة التي تصل بين النقطتين $(3, 1), (9, 9) =$			
أ) $(6, 5)$	ب) $(6, 4)$	ج) $(6, 8)$	د) $(12, 10)$

٢ - اكمل الفراغ الآتي :

١ - تسمى النقطة الواقعة على بعدين متساويين من طرفي قطعة مستقيمة و تنتمي إلى هذه القطعة نقطة المنتصف

٣ - أراد سعد و جمال أن يلتقيا في مطعم مشويات كما في التمثيل المجاور فاستعمل سعد قاربه للوصول إلى المطعم في حين استعمل جمال سيارته . علما بأن طول ضلع كل مربع من المستوى الإحداثي يمثل كيلومترا واحدا .



ب- ما المسافة التي قطعها جمال ؟

إحداثي بيت جمال = $(0, 2)$

إحداثي مطعم المشويات = $(5, 3)$

$$m = \sqrt{(5-0)^2 + (3-2)^2}$$

$$= \sqrt{25 + 1}$$

$$= \sqrt{26}$$

$$= 5.1 \approx 5 \text{ كلم تقريبا}$$

أ - ما المسافة التي قطعها سعد ؟

إحداثي بيت سعد = $(5, 3)$

إحداثي مطعم المشويات = $(5, 3)$

$$m = \sqrt{(5-5)^2 + (3-3)^2}$$

$$= \sqrt{0 + 0}$$

$$= \sqrt{0}$$

$$= 0 \text{ كلم}$$

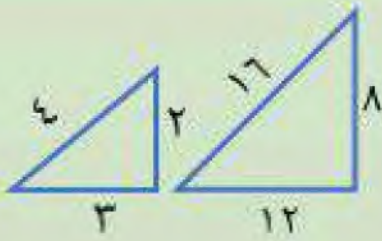
- أحدد ما إذا كان مثلثان متشابهان أم لا .
- أجد العناصر المجهولة في مثلثين متشابهين .



المثلثات المتشابهة : هي المثلثات التي لها الشكل نفسه، وزواياها المتناظرة متساوية وقياسات الأضلاع المتناظرة متناسبة والرمز ($\sim$) يشير إلى مثلثين متشابهين

تحديد المثلثات المتشابهة

باستعمال المقارنة بين نسب أطوال الأضلاع المتناظرة
مثال: حدد ما إذا كانت المثلثان الآتيان متشابهين أم لا، وبرر إجابتك

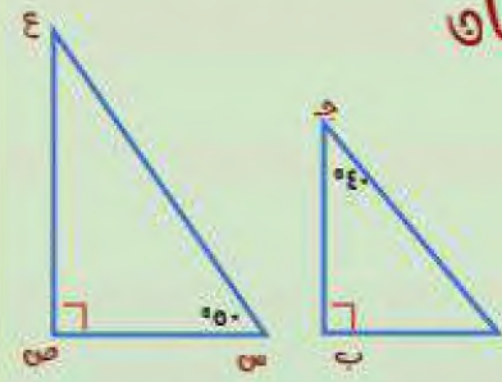


الحل

نعم متشابهة : لأن الأضلاع المتناظرة متناسبة

$$4 = \frac{8}{2} = \frac{12}{3} = \frac{17}{4}$$

باستعمال المقارنة بين قياسات الزوايا المتناظرة
مثال : حدد ما إذا كانت المثلثان الآتيان متشابهين أم لا، وبرر إجابتك



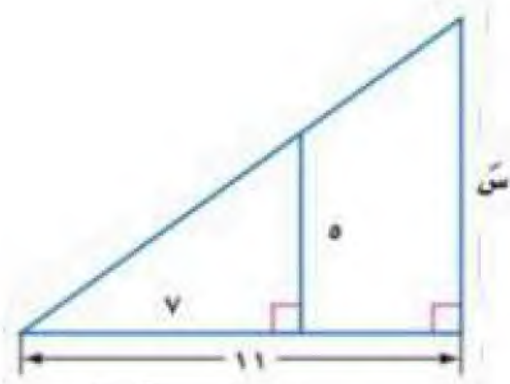
الحل

نعم متشابهة : لأن الزوايا المتناظرة متساوية في القياس

$$\begin{aligned} \text{قياس } \angle \text{أ} &= 180 - (90 + 40) = 50 = \text{قياس } \angle \text{ب} \\ \text{قياس } \angle \text{ع} &= 180 - (90 + 50) = 40 = \text{قياس } \angle \text{ج} \\ \text{قياس } \angle \text{ب} &= 90 = \text{قياس } \angle \text{ص} \end{aligned}$$

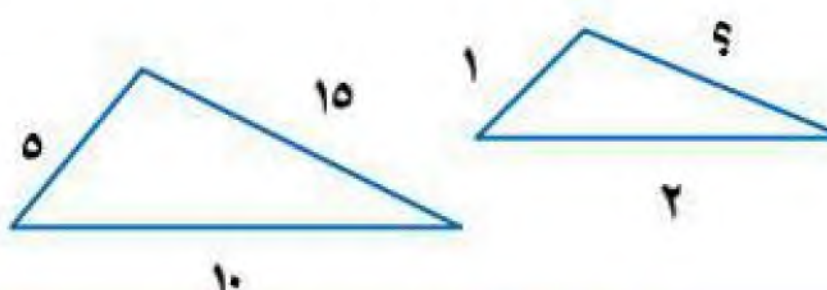
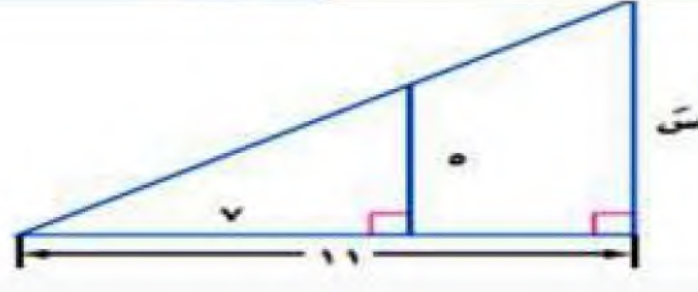
يمكن استعمال التناسب لإيجاد القياسات المجهولة ، عندما تكون بعض أطوال أضلاع المثلثات المتشابهة معلومة

مثال : أوجد قياس العناصر المجهولة في المثلثين المتشابهين
الحل: بما أن المثلثان متشابهان فإن الأضلاع المتناظرة متناسبة



$$\begin{aligned} \frac{11}{7} &= \frac{10}{5} \\ 11 \times 5 &= 70 \\ 7 \times 9 &= \frac{70}{5} = 14 \end{aligned}$$

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- في الشكل $\triangle$ $\triangle$ متشابهان قياس الضلع المجهول =			
			
أ) ١٢	ب) ١٠	ج) ٦	د) ٣
٢- طول الضلع المجهول س في المثلثين المتشابهين يساوي			
			
أ) $\frac{55}{7}$	ب) $\frac{77}{5}$	ج) $\frac{11}{5}$	د) $\frac{55}{3}$

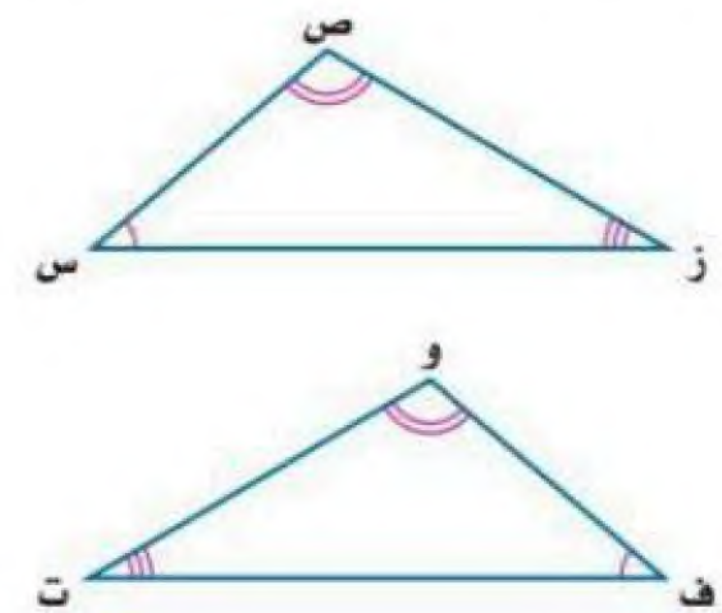
٢- اكمل الفراغ الآتي:

١- في المثلثين إذا تناسبت الأضلاع المتناظرة وتساوت الزوايا المتناظرة يكون المثلثان **متشابهين**.

٣- قارنت رهف و نوال بين المثلثين المتشابهين المجاورين . فأيهما كانت مقارنتها صحيحة ؟ فسر إجابتك .

نوال
ق $\triangle$ س = ق $\triangle$ و
ق $\triangle$ ص = ق $\triangle$ ف
ق $\triangle$ ز = ق $\triangle$ ت
$\triangle$ س ص ز $\sim$ $\triangle$ و ف ت

رهف
ق $\triangle$ س = ق $\triangle$ ت
ق $\triangle$ ص = ق $\triangle$ و
ق $\triangle$ ز = ق $\triangle$ ف
$\triangle$ س ص ز $\sim$ $\triangle$ ت و ف



الإجابة / كلاتهما خطأ ، فالأقواس تشير إلى الزوايا المتناظرة . لذا فإن $\triangle$ س ص ز $\sim$ $\triangle$ و ف ت

٩_٧ النسب المثلثية

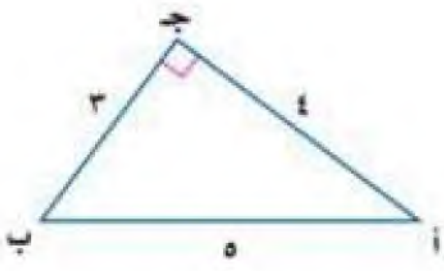


حساب المثلثات : هو دراسة العلاقة بين زوايا المثلث وأضلاعه

النسب المثلثية : هي النسب التي تقارن بين طول ضلعين من أضلاع المثلث القائم الزاوية

مثال

أوجد النسب المثلثية للزاوية أ في المثلث الآتي



$$\begin{aligned} \text{الحل : جا أ} &= \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{3}{5} \\ \text{ظا أ} &= \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{3}{4} \\ \text{جتا أ} &= \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{4}{5} \end{aligned}$$

النسب المثلثية الأكثر شيوعاً

جيب الزاوية أ = $\frac{\text{الضلع المقابل للزاوية أ}}{\text{الوتر}}$

جيب تمام الزاوية أ = $\frac{\text{الضلع المجاور للزاوية أ}}{\text{الوتر}}$

ظل الزاوية أ = $\frac{\text{الضلع المقابل للزاوية أ}}{\text{الضلع المجاور للزاوية أ}}$



معكوس النسب المثلثية

إذا كانت $\text{جا أ} > \text{زاوية حادة}$

وكان $\text{جا أ} = \text{سن فإن جا أ} = 1 - \text{ق} > \text{ق}$

أو كان $\text{جتا أ} = \text{سن فإن جتا أ} = 1 - \text{ق} > \text{ق}$

أو كان $\text{ظا أ} = \text{سن فإن ظا أ} = 1 - \text{ق} > \text{ق}$

مثال : أوجد $\text{ق} > \text{سن}$ إلى أقرب درجة

نعلم طول الضلع المجاور للزاوية ص وطول الوتر إذن استعمل جيب التمام

$$\text{جتا ص} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{1}{19}$$

$$\text{جتا}^{-1} = \frac{1}{19} = \text{ق} > \text{ص}$$

باستعمال الحاسبة ودالة جتا⁻¹ (COS⁻¹)

$$\text{ق} > \text{ص} = 70^\circ$$

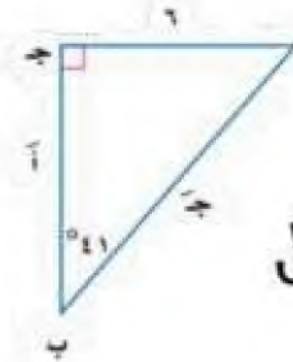


استعمال النسب المثلثية

حل المثلث : يعني إيجاد القياسات المجهولة لإضلاع وزوايا

المثلث القائم الزاوية

مثال : حل المثلث القائم الزاوية مقرباً طول الضلع إلى أقرب جزء من عشرة



أولاً : أجد قياس $\text{ق} > \text{أ} = 180^\circ - (90^\circ + 41^\circ) = 49^\circ$

قياس $\text{ق} > \text{أ} = 49^\circ$

ثانياً : أجد أ . باستعمال نسبة الظل لأن الضلع المقابل للزاوية ب معطى ونريد إيجاد المجاور للزاوية ب

$$\text{ظا أ} = \frac{7}{45} \Rightarrow \text{أ} = 7,9$$

$$\text{ظا أ} = \frac{7}{45} \Rightarrow \text{أ} = 7,9$$

ثالثاً : أجد ج . باستعمال نسبة الجيب لأن قياس الضلع

المقابل للزاوية معطى ونريد إيجاد قياس الوتر

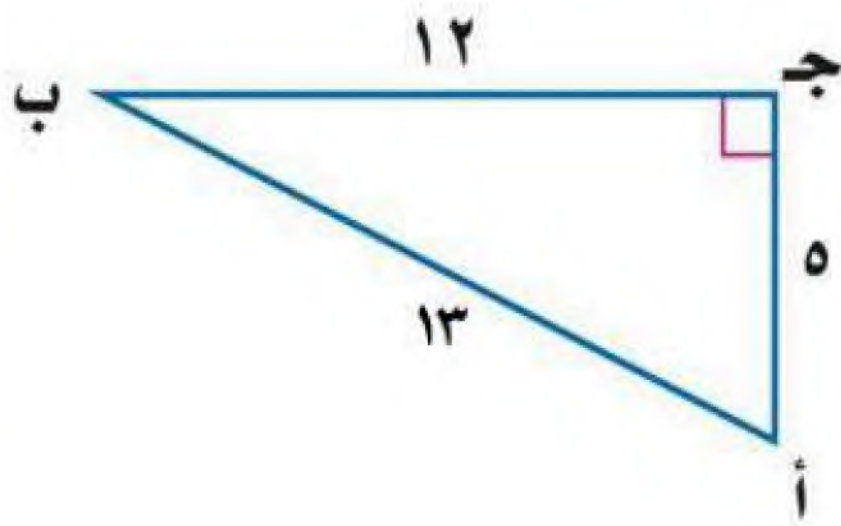
$$\text{جا أ} = \frac{7}{19} \Rightarrow \text{ج} = 19,1$$

$$\text{ج} = \frac{7}{19} = 19,1 \text{ تقريباً}$$

١ - النسبة التي تقارن بين طولي ضلعين من أضلاع المثلث القائم تسمى النسب المثلثية

٢ - دراسة العلاقة بين زوايا المثلث و أضلاعه يسمى حساب المثلثات

٢ - أوجد قيم النسب المثلثية الثلاث للزاوية ب.



$$\text{جتا ب} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{12}{13}$$

$$\text{جاء ب} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{5}{13}$$

$$\text{ظا ب} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{5}{12}$$

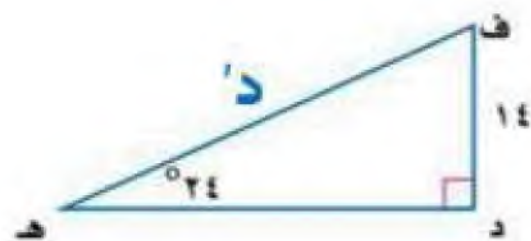
٣- استعمل الحاسبة لإيجاد قيمة كل نسبة مثلثية فيما يأتي و قرب إلى اقرب جزء من ألف.

$$\text{ظا } 14^\circ = 0,2493$$

$$\text{جتا } 23^\circ = 0,9205$$

$$\text{جا } 37^\circ = 0,6018$$

٥ - أوجد قياس د في المثلث مقربا إلى اقرب جزء من عشرة:



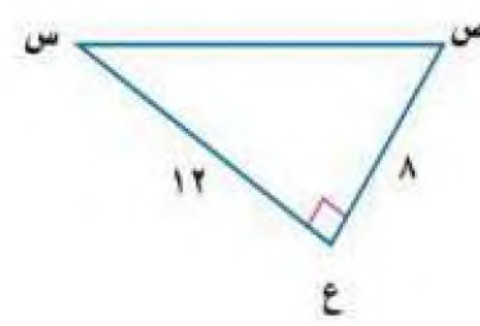
$$\text{جا س} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$\text{جا } 24^\circ = \frac{14}{24}$$

$$24^\circ = \frac{14}{24} \text{ جا}$$

$$24,4^\circ = \text{د}$$

٤ - أوجد قياس س في المثلث مقربا إلى اقرب درجة:



$$\text{ق } \angle \text{س} =$$

$$\text{جا س} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$\text{جا س} = \frac{8}{12}$$

$$\text{جا س} = 0,6667$$

$$\text{س} = 41,7^\circ$$

الفصل العاشر: الإحصاء و الإحتمال

عنوان الدرس

تصميم دراسة مسحية

تحليل نتائج الدراسة
المسحية

إحصائيات العينة ومعالم
المجتمع

التباديل و التوافيق

احتمالات الحوادث المركبة



أساليب جمع البيانات

التجربة

تعريفها / استعمالها

تسجيل البيانات بعد تغيير العينة وتستخدم للتوصل إلى استنتاجات عامة حول ما يمكن أن يحدث خلال حادثة ما
مثال عليها /

يقوم مراقب ضبط الجودة بتشغيل آلة بسرعة معينة عشر مرات فإذا وجد أن المنتج يكون معيباً في كل مرة فإنه يستنتج أن المنتج سيكون معيباً في كل مرة تدور فيها الآلة بهذه السرعة

الدراسة القائمة على الملاحظة

تعريفها / استعمالها

تسجيل البيانات بعد ملاحظة أو مشاهدة العينة وتستخدم لمقارنة ردود الأفعال والتوصل إلى استنتاجات حول استجابات المجتمع
مثال عليها /

تراقب شركة لصناعة الدمى بعض الأطفال وهم يلعبون وتلاحظ نوع الدمى التي يفضلونها أكثر ويستنتجون من ذلك أن الأطفال في عمر سنتين يفضلون الدمى التي تصدر أصوات على تلك التي لاتصدر أصوات

الدراسة المسحية

تعريفها / استعمالها

تؤخذ فيها البيانات من استجابات أفراد عينة من المجتمع للتوصل إلى استنتاجات عامة حول المجتمع
مثال عليها /

تحديد درجة رضا طلاب مدرسة عن فقرات الإذاعة المدرسية الصباحية : يسأل مشرف الإذاعة عينة من ٥٠ طالب عن رأيهم في فقرات الإذاعة

ملاحظة هامة /

تكون العينة متميزة إذا كانت طريقة اختيارها تعطي تفضيل لمجموعة معينة على مجموعة أخرى وتكون العينة غير متميزة إذا كان لكل فرد منها الإحتمال نفسه في الاختيار وتسمى عينة عشوائية

العينات العشوائية

العينة العشوائية المنتظمة

تعريفها /

العينة التي يُختار أفرادها تبعاً لفترة زمنية محددة أو فئة محددة من العناصر
مثال عليها /

تُفحص قطعة من خط إنتاج كل عشر دقائق أو تُفحص قطعة من كل ٥٠ قطعة

العينة العشوائية الطبقية

تعريفها /

العينة التي لها يقسم فيها المجتمع إلى فئات متماثلة غير متداخلة ثم يتم اختيار عينة من كل واحدة من هذه الفئات
مثال عليها /

يختار الباحث عينات من صفوف مختلفة من الطلاب بناء على النسبة المئوية لهذه الصفوف في المدرسة

العينة العشوائية البسيطة

تعريفها /

العينة التي لها فرصة الاختيار نفسها كأي عينة أخرى من المجتمع
مثال عليها /

سحب أرقام مئة طالب من كيس وإخضاع هؤلاء الطلاب لدراسة مسحية

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- يقف عدد من الطلاب عند مدخل المدرسة و يسألون كل عاشر طالب يدخلها عن هوايته المفضلة .

أ) متحيزة	ب) غير متحيزة	ج) طبقية	د) غير ذلك
------------	----------------	-----------	-------------

٢- حدد العينة و المجتمع الذي اختيرت مه , ثم صف أسلوب جمع البيانات المستعمل في كل مما يلي :

١- يريد مدير ناد رياضي أن يحدد شعارا للنادي . فسأل ١٠٠ شخص من مشجعي النادي اختيروا عشوائيا عن آرائهم .

العينة / ١٠٠ شخص من مشجعي النادي	المجتمع / مشجعي النادي جميعهم	أسلوب جمع البيانات / دراسة مسحية
--	----------------------------------	-------------------------------------

٢- سألت وكالة سياحية جميع زبائنها الذين تعاملوا معها خلال السنتين الماضيتين عن الأماكن الأكثر تفضيلا و الأقل تفضيلا .

العينة / الزبائن جميعهم الذين تعاملوا مع الشركة خلال السنتين الماضيتين	المجتمع / الزبائن السابقون جميعهم	أسلوب جمع البيانات / دراسة مسحية
--	--------------------------------------	-------------------------------------

٣- اكمل الفراغات الآتية :

١ - العينة التي يختار أفرادها تبعا لزمّن معين أو فترة زمنية محددة تسمى **العينة العشوائية المنتظمة**

٢ - العينة التي لها فرصة الاختيار نفسها كأي عينة أخرى من المجتمع تسمى **العينة العشوائية المنتظمة**

٣- جزءا من مجموعة أكبر تسمى المجتمع هي **العينة**

٤- حدد العينة و المجتمع الذي اختيرت منه ثم صنف العينة إلى بسيطة أو طبقية أو منتظمة :

يفحص المدير في أحد المطاعم جودة الفطائر كل ٢٠ دقيقة بدءا بوقت يحدد عشوائيا

العينة / الفطائر التي يتم فحصها كل ٢٠ دقيقة	المجتمع / جميع الفطائر التي تعد في المطعم	تصنيف العينة / منتظمة لأنه يتم فحص الفطائر في فترات زمنية محددة
--	--	--



مقاييس النزعة المركزية

المتوسط الحسابي	الوسيط	المتنوال
وصفه	العدد الأوسط أو متوسط العددين الأوسطين في البيانات المرتبة	العدد أو الأعداد الأكثر تكراراً في مجموعة البيانات
متى يستخدم؟	عندما توجد قيمة متطرفة في البيانات ولكن لا توجد فجوة كبيرة في وسط البيانات	عندما توجد أعداد متكررة في مجموعة البيانات

أنواع البيانات /

بيانات كمية تُعطي بصورة قيم عديدة يمكن تحليلها مثل درجات الإختبار أو ساعات الدراسة أو كتل الأجسام
بيانات نوعية لا يمكن أن تأخذ قيمة عديدة ومن أمثلتها الجنس (ذكر، أنثى)، الجنسية، البرنامج التلفزيوني المفضل

تقويم نتائج الدراسة المسحية

غالباً ماتقدم الصحف اليومية والمجلات والتقارير المتلفزة نتائج دراسات مسحية تحتاج إلى الحكم على مصداقيتها قبل اتخاذ قرار
يعتمد عليها ويمكن أن تطرح بعض الأسئلة على نفسك من أجل ذلك مثل:
ما مجتمع الدراسة؟ وما العينات المختارة منه؟ وهل استطيع تحديدها بسهولة؟ وهل هي متحيزة؟
ما مصدر البيانات؟ وهل هو موثوق؟ وهل يمكن أن يكون متحيز؟
هل تدعم البيانات الاستنتاجات فعلياً؟

وهذا ما يسمى بتقويم نتائج الدراسة المسحية

نتائج مظهر



يفكر قائد مدرسة ثانوية كبيرة في تطبيق نظام جديد لتوزيع الطلاب على جمعيات النشاط فوزع استبانة
على الطلاب يسألهم عن رأيهم في النظام الجديد وكان السؤال / ما رأيك في تطبيق النظام الجديد لتوزيع
الطلاب على جمعيات النشاط؟

الاستنتاج / لن يترجع الطلاب من تطبيق نظام توزيع الطلاب على جمعيات النشاط
حدد ما إذا كان التمثيل بالأعمدة المجاور يعطي الصورة الصحيحة حول نتائج الدراسة المسحية؟

بدو للوهلة الأولى أن معظم الطلاب موافقون على تطبيق النظام الجديد ومع ذلك فإن أطوال فترات التدرج غير ثابتة
وإذا ألقينا نظرة فاحصة نجد أن نحو ٤٥٠ طالب غير موافقين أو غير موافقين بشدة على هذا النظام الجديد وأن عدد
الطلاب الموافقين يزيد قليلاً على ٣٠٠ طالب فقط لذا فإن التمثيل البياني المعروض مظهر والاستنتاج غير صادق

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - العدد أو الأعداد الأكثر تكراراً في مجموعة البيانات يسمى :

أ) المتوسط	ب) الوسيط	ج) المنوال	د) المدى
------------	-----------	------------	----------

٢ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - الوسيط هو مجموع البيانات مقسوماً على عددها

(✗)

٢ - البيانات النوعية يمكن أن تأخذ قيمة عددية

(✗)

٣- أي مقياس النزعة المركزية (إن وجدت) هو الأنسب لتمثيل البيانات ؟ و برر إجابتك . ثم أحسب ذلك المقياس

أجريت دراسة حول الأنشطة الصيفية المفضلة التي يمارسها الطلاب . و عرضت نتائجها في الجدول المجاور .

لا يمكن حساب مقياس للنزعة المركزية . لأن قيم البيانات تمثل أشياء مختلفة .

الأنشطة الصيفية			
السباحة	٦٥٠	المخيمات	٤٣٢
الرحلات	٨٨٥	المطالعة	٢٨١
الرياضة	١١٢٣	أخرى	٥١٤

٤ - حدد صحة المعلومات و الاستنتاجات لتقرير الدراسة المسحية فيما يأتي :

يوضح التمثيل بالأعمدة المجاور نتائج استطلاع أجراه مدرس التربية الرياضية لمعرفة اللعبة الرياضية التي يفضلها طلاب المدرسة .

السؤال : ما اللعبة الرياضية التي تفضلها ؟

الاستنتاج : كرة اليد هي اللعبة الأقل شيوعاً من الألعاب الرياضية المفضلة .

التمثيل و الاستنتاج صحيحان





عين العينة والمجتمع في الموقف التالي ثم صف إحصائي العينة ومعلمة المجتمع

اختيرت عينة عشوائية من إحدى الجامعات مكونة من ٤٠ من طلبة المنح الدراسية ثم حسب متوسط درجاتهم

العينة : مجموعة الطلاب ٤٠ المتقدمين بطلبات المنح الدراسية
المجتمع : جميع الطلاب طلبة المنح الدراسية
إحصائي العينة : متوسط درجات الطلاب الأربعة
معلمة المجتمع : متوسط درجات جميع طلبة المنح الدراسية

مقاييس التشتت

المقياس	الوصف	متى يفضل استعماله ؟
المدى	الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة في مجموعة البيانات	لوصف الأعداد التي تشملها مجموعة البيانات
الربيعات	القيم التي تقسم مجموعة البيانات إلى أربعة أجزاء متساوية	لتحديد القيم الواقعة في الجزء الأعلى أو الجزء الأسفل من مجموع البيانات
المدى الربيعي	مدى النصف الأوسط من مجموعة البيانات وهو الفرق بين الربيعين الأعلى والأدنى	لتحديد القيم الواقعة في النصف الأوسط من مجموعة البيانات

الانحراف المتوسط : هو متوسط القيم المطلقة للفرق بين كل قيمة والمتوسط الحسابي لمجموعة البيانات

كيف نوجد الانحراف المتوسط ؟..

- ١ - نوجد المتوسط الحسابي
 - ٢ - نوجد مجموع القيم المطلقة للفرق بين كل قيمة في مجموعة البيانات والمتوسط الحسابي
 - ٣ - نقسم هذا المجموع على عدد القيم في مجموعة البيانات
- الانحراف المعياري : هو القيمة التي تحسب لتدل على مدى تباعد قيم مجموعة البيانات عن متوسطها الحسابي

التباين : هو مربع الانحراف المعياري

كيف نوجد التباين والانحراف المعياري ؟..

- ١ - نوجد المتوسط الحسابي
- ٢ - نوجد مربع الفرق بين كل قيمة في مجموعة البيانات والمتوسط الحسابي ثم نجمع هذه المربعات ونقسم المجموع على عدد القيم في مجموعة البيانات لنحصل على التباين
- ٣ - نوجد الانحراف المعياري بإيجاد الجذر التربيعي للتباين

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- المتوسط الحسابي لمجموعة البيانات ٦ , ١٠ , ١٥ , ١١ , ٨ يساوي			
٦ (أ)	٨ (ب)	١٠ (ج)	١٢ (د)
٢- الانحراف المعياري للأعداد ١٢ , ١٥ , ١٨ , ٢١ يساوي			
١١ , ٣ (أ)	٣ , ٤ (ب)	٩ , ٦ (ج)	١٦ , ٥ (د)

٢- أكمل الفراغ التالي:

١- **التباين** هو مربع الإنحراف المعياري للبيانات .

٢- **الانحراف المعياري** هو القيمة التي تدل على مدى تباعد قيم مجموعة البيانات عن متوسطها الحسابي

٣- عين العينة و المجتمع . ثم صنف إحصائي العينة و معلمة المجتمع .

اختيرت عينة عشوائية طبقية من طلاب المدارس الثانوية في منطقة عسير التعليمية . و سئل أفراد العينة عن الوقت الذي يقضيه كل منهم في الأنشطة المنهجية الإضافية خلال الأسبوع .

العينة / عينة عشوائية طبقية من طلاب المدارس الثانوية في منطقة عسير	المجتمع / طلاب المدرسة الثانوية في منطقة عسير جميعهم	إحصائي العينة / الوقت الذي يقضيه أفراد العينة في الأنشطة المنهجية الإضافية	معلمة المجتمع / الوقت الذي يقضيه كل طلاب المدارس الثانوية في الأنشطة المنهجية الإضافية
---	---	--	--

٤- اكتشف الخطأ : تصف كل من سحر و رغد طريقة دقة دراسة مسحية . فأيتهما إجابتهما صحيحة ؟ فسر ذلك .

الإجابة / كلا الإجابتين صحيحة . إذ إن الطريقة التي ذكرتها كل من سحر و رغد تؤدي إلى زيادة دقة الدراسة المسحية	رغد يجب اختيار عينة الدراسة المسحية عشوائيا . و يجب أن تؤخذ عدة عينات عشوائية	سحر يجب أن تشمل الدراسة المسحية على أكبر عدد ممكن من أفراد المجتمع
--	--	---



التوافيق

يسمى عدد طرق التشكيل الممكنة لمجموعة عناصر
ليس لترتيبها أهمية توافق

في التوافق الترتيب غير مهم أبداً
اختيار جزء من كل

أوجد قيمة كل مما يلي:

$${}^6C_3 = \frac{6 \times 5 \times 4}{1 \times 2 \times 3} = 20$$

$${}^4C_2 = \frac{4 \times 3}{1 \times 2} = 6$$

مثال من واقع الحياة (مسألة قدرات)

تطلب أم من بناتها الخمسة القيام بالأعمال المنزلية كل أسبوع
بكم طريقة يمكن اختيار اثنتين منهن لتنظيف ساحة المنزل؟
ملاحظة هامة / الترتيب في عملية الاختيار غير هام كذلك نلاحظ انه
اختيار جزء من كل لذلك نحل بالتوافق

$${}^{10}C_2 = \frac{10 \times 9}{1 \times 2} = 45$$

التباديل

عندما تنظم العناصر بحيث يكون ترتيبها مهماً
وتكتب جميع الترتيبات الممكنة لهذه العناصر
يسمى كل من هذه الترتيبات تبديل

في التباديل الترتيب مهم جداً

أوجد قيمة كل مما يلي:

$${}^6P_2 = 6 \times 5 = 30$$

$${}^5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

مثال من واقع الحياة (مسألة قدرات)

بريد أمين مكتبة أن يعرض 6 مجلات من بين 10 مجلات
مختلفة على رف ، فبكم طريقة يمكنه ذلك ؟

ملاحظة هامة / كلمة مختلفة تدل على ترتيب لذلك نحل بالتباديل

$${}^{10}P_6 = 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 151200$$

المضروب : مضروب العدد الصحيح الموجب n هو ناتج ضرب الاعداد الصحيحة الموجبة التي تقل عن n أو تساويه

$$4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$$

مثال من واقع الحياة (مسألة قدرات)

دخل فهد وخمسة من أصدقائه قاعة محاضرات فبكم طريقة مختلفة يمكنهم أن يجلسوا جميعاً على 6 مقاعد
خالية في صف واحد واحد ؟

$$6! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 720$$

عدد طرق جلوس فهد وأصدقائه هو

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - بكم طريقة يمكن اختيار لجنة مكونة من ٤ أشخاص من بين ١٢ شخصا ؟			
أ (٤٨)	ب (٤٨٣)	ج (٤٩٥)	د (٨٨٠)
٢- يريد أحد المراكز التجارية أن يعرض صور جوائز الست التي يوزعها على الزبائن على لوحة . بكم طريقة يمكن تنظيم الجوائز في صف واحد ؟			
أ (١٢٠)	ب (٤٥٠)	ج (٧٢٠)	د (٩٦٠)
٣- ${}^7P_2 =$			
أ (١٤)	ب (٤٢)	ج (٤٩)	د (٢٤٠)
٤- ${}^6P_4 =$			
أ (١٥)	ب (٢٠)	ج (٣٠)	د (٤٥)

٢- أكمل الفراغ التالي:

١ - عدد طرق التشكيل الممكنة لمجموعة عناصر ليس لترتيبها أهمية تسمى التوافيق

٣- حدد هل يتضمن كل موقف من المواقف الآتية تباديل أم توافيق :

توافيق

اختيار ٥ كتب لقراءتها من بين ٨ كتب على رف

تباديل

اختيار الفائزين بالمراكز الثلاثة الأولى في مسابقة ثقافية

٤ - اكتشف الخطأ : تريد كل من سلمى و نوف أن يكونا لجنة مؤلفة من ٤ طالبات . للإشراف على تزيين المدرسة استعدادا لاحتفال تكريم الأوائل . تريد كل منهما أن تحدد عدد اللجان التي يمكن تشكيلها إذا تطوع ١٠ طالبات للقيام بهذا العمل . فأيهما كانت إجابتها صحيحة ؟ فسر إجابتك .

الإجابة

نوف . بما أن الترتيب غير مهم .
فيجب استعمال التوافيق

$$\begin{aligned} \text{نوف} \\ \frac{{}^{10}P_4}{{}^{10}P_4} &= \frac{10!}{(10-4)!} \\ &= \frac{10!}{6!} = 210 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{سلمى} \\ \frac{{}^{10}C_4}{{}^{10}C_4} &= \frac{10!}{4!(10-4)!} \\ &= \frac{10!}{4!6!} = 210 \end{aligned}$$



الحوادث المستقلة وغير مستقلة

الحوادث المستقلة هي التي نتيجة إحداهما لا تؤثر على الأخرى

مثال : يخوي كيس على ١٠ كرات ٥ منها زرقاء و ٢ سوداء و ٣ خضراء ثم سحب كرة عشوائياً زرقاء ثم سوداء

مستقلة : ح (زرقاء وسوداء)

$$\frac{1}{10} = \frac{10}{100} \times \frac{2}{10} \times \frac{5}{10}$$

غير مستقلة : عندما سحبنا الكرة الأولى لم يتم إعادتها إلى الكيس

$$\frac{1}{10} = \frac{7}{90} = \frac{2}{9} \times \frac{3}{10}$$

الحوادث المترتبة

تتكون من حدثين بسيطتين وأكثر

مثال : يخوي كيس على ٦ كرات سوداء و ٩ زرقاء و ٤ صفراء وكرتين خضراوين فإذا سحبت منه كرة عشوائياً ثم أعيدت وسحبت كرة ثانية أو جد احتمال سحب كرة سوداء ثم كرة صفراء ؟

$$\frac{6}{21} = \frac{\text{عدد الكرات السوداء}}{\text{عدد الكرات الكلي}} = \text{ح (سوداء)}$$

$$\frac{4}{21} = \frac{\text{عدد الكرات الصفراء}}{\text{عدد الكرات الكلي}} = \text{ح (صفراء)}$$

إذا احتمال الحوادث المستقلة يكون

$$\text{ح (سوداء و صفراء)} = \text{ح (سوداء)} \times \text{ح (صفراء)}$$

$$\frac{24}{441} = \frac{4}{21} \times \frac{6}{21} =$$

الحوادث الغير متنافية

مثال :

في حادثة رمي مكعب أرقام ما احتمال ظهور عدد فردي أو أولى ؟

أولاً نوجد احتمال ظهور عدد فردي وعدد أولى كلاً على حده

$$\frac{3}{6} = \text{ح (فردي)}$$

$$\frac{3}{6} = \text{ح (أولى)}$$

$$\frac{2}{6} = \text{ح (فردي أو أولى)}$$

ح (فردي) + ح (أولى) - ح (الأعداد الأولية الفرديه)

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{6} - \frac{3}{6} + \frac{3}{6}$$

الحوادث المتنافية

هي الحوادث التي لا يمكن وقوعها معاً

مثال :

عند رمي مكعب أرقام أوجد احتمال ظهور العدد ٣ أو ٥ أولاً نوجد احتمال ظهور العدد ٣ والعدد ٥ كلاً على حده

$$\frac{1}{6} = \text{ح (ظهور ٣)}$$

$$\frac{1}{6} = \text{ح (ظهور ٥)}$$

احتمال الحوادث المتنافية

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \text{ح (٣ أو ٥)}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \text{ح (٤ على الأقل)}$$

١- ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (✗) أمام العبارة الخاطئة:

١- عند رمي مكعب أرقام فإن حادثة ظهور (عدد فردي أو أولي) حوادث متنافية (✗)

٢- اكمل الفراغات التالية:

١- عندما تؤثر نتيجة حادثة ما في نتيجة حادثة أخرى تسمى حادثتان غير مستقلتين

٢- الحادثتان اللتان لا يمكن وقوعهما معا تسمى حادثتان متنافيتان

٣- يحتوي كيس على ٣ كرات حمراء و ٢ كرتين خضراوين و ٤ كرات زرقاء . اختيرت منه كرتان عشوائيا دون إرجاع . أوجد احتمال أن تكون الكرتان زرقاوين .

$$ح (زرقاء و زرقاء) = \frac{4}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{12}{72} = \frac{1}{6}$$

احتمال سحب كرتين زرقاوين دون إرجاع يساوي $\frac{1}{6}$

الحادثتان غير مستقلتين

ح (أ و ب) = ح (أ) × ح (ب)

الكرة الأولى : ح (زرقاء) = $\frac{4}{9}$

الكرة الثانية : ح (زرقاء) = $\frac{3}{8}$

٤- أوجد كلا من الاحتمالات الآتية عند رمي مكعب أرقام :

$$ح (عدد زوجي) = \frac{1}{2} = 50\%$$

$$ح (٢ أو ٣) = \frac{1}{3} = 33\% \text{ تقريبا}$$

$$ح (أقل من ٣) = \frac{1}{3} = 33\% \text{ تقريبا}$$

٥- اكتشف الخطأ : يريد كل من حمد و جمال تحديد احتمال اختيار كرة زرقاء أو حمراء عشوائيا من

كيس يحتوي على ٨ كرات زرقاء و ٦ حمراء و ٨ صفراء و ٤ بيضاء فإيهما إجابته صحيحة مع التبرير ؟

الإجابة / حمد . يجب جمع

الاحتمالين لأننا نريد احتمال كرة زرقاء أو حمراء وهما حادثتان متنافيتان

جمال

$$\begin{aligned} & ح (زرقاء أو حمراء) \\ & ح (زرقاء) \times ح (حمراء) = \\ & \frac{7}{26} \times \frac{8}{26} = \\ & \frac{56}{676} = 8\% \text{ تقريبا} \end{aligned}$$

حمد

$$\begin{aligned} & ح (زرقاء أو حمراء) \\ & ح (زرقاء) + ح (حمراء) = \\ & \frac{7}{26} + \frac{8}{26} = \\ & \frac{15}{26} = 58\% \text{ تقريبا} \end{aligned}$$